

基礎数学



▶ 算数編

1 計算の順序	2	6 その他の重要事項	7
2 分数・小数・%・歩合	3	7 データの整理と分析（代表値・度数 分布表・ヒストグラム）	8
3 割引、割増の関係	4	8 データの整理と分析 （相対度数）	9
4 分数の計算	5		
5 単位の計算	6		

▶ 数学・計算編

第1章 正負の数	1 正負の数, 加法と減法	10
	2 乗法と除法	12
	3 数の範囲と四則計算	14
第2章 文字と式	1 文字を使った式, 文字式の計算	16
第3章 式の計算	1 式の計算	18
	2 文字式の利用	20
第4章 多項式	1 多項式の計算	22
	2 因数分解	24
第5章 方程式	1 方程式, 1次方程式の利用	26
第6章 連立方程式	1 連立方程式	28
	2 連立方程式の利用	30
第7章 平方根	1 平方根, 根号をふくむ式の計算	32
第8章 2次方程式	1 2次方程式	34
	2 2次方程式の利用	36
第9章 比例と反比例	1 比例, 反比例	38
	2 比例と反比例の利用	40
第10章 1次関数	1 1次関数	42
	2 1次関数と方程式	44
第11章 関数 $y=ax^2$	1 関数 $y=ax^2$	46
第12章 確率	1 確率	48

▶ 数学・図形編

第13章 図形の性質	1 平行線と角	50
	2 三角形の角, 多角形の角	52
	3 円	54
第14章 空間図形	1 立体の体積と表面積	56
第15章 合同な図形	1 合同な図形	58
第16章 相似な図形	1 相似な図形	60
	2 平行線と比	62
第17章 三平方の定理	1 三平方の定理とその利用	64
●コラム		66

1 計算の順序

□ **計算の基本ルール**：計算を行う上で決められているルール。基本的には左から順に計算を行うが、次の項目がある場合には、この順序を優先する。

- ① **かっこの中**の計算…… { } () など
- ② **かけ算・割り算**…… × ÷
- ③ **足し算・引き算**…… + -

例 $3 \times (2 + 3) = 3 \times 5$ $2 + 3 \times 4 = 2 + 12$
かっこ内の計算が先 = 15 かけ算が先 = 14

□ **計算の順序の工夫**：上のルールを乱さなければ、計算をより簡単に行うために、計算の順序を変えてもよい。

例 $16 \times 8 \div 4$ → $16 \times 2 = 32$
かけ算と割り算はどちらから計算してもよい $8 \div 4$ を先に計算すると、計算が簡単
かけ算から順に計算した場合 $16 \times 8 \div 4 = 128 \div 4 = 32$
大きい数になり、計算ミスしやすい

標準例題 1

計算の順序に注意して、次の計算をしなさい。

- (1) $2 + 3 \times 4$ (2) $8 + 8 \div 2$
- (3) $2 \times (4 + 2)$ (4) $3 \times 5 + 4 \div 2$

【解 答】(1) $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$ (2) $8 + 8 \div 2 = 8 + 4 = 12$
(3) $2 \times (4 + 2) = 2 \times 6 = 12$ (4) $3 \times 5 + 4 \div 2 = 15 + 2 = 17$

【類題 1】 次の計算をしなさい。

- (1) $5 + 8 \times 7$ (2) $9 + 72 \div 6$
- (3) $8 \times (9 - 2)$ (4) $7 \times 6 - 16 \div 4$

標準例題 2

次の計算を、順序を工夫して行いなさい。

- (1) $36 \times 3 \div 6$ (2) $5 \times 29 \times 2$

【解 答】(1) $36 \times 3 \div 6 = 36 \div 6 \times 3 = 6 \times 3 = 18$
(2) $5 \times 29 \times 2 = 5 \times 2 \times 29 = 10 \times 29 = 290$

【類題 2】 次の計算を、順序を工夫して行いなさい。

- (1) $25 \times 13 \times 4$ (2) $81 \times 7 \div 9$

ココが急所！

＜計算の優先順序＞

- ① **かっこの中**
- ② **かけ算・割り算**
- ③ **足し算・引き算**

順序 ↓

アドバイス

- (1) かけ算 3×4 を先に。
- (2) 割り算 $8 \div 2$ を先に。
- (3) かっこ $(4 + 2)$ を先に。
- (4) かけ算 3×5 と割り算 $4 \div 2$ を先に、足し算を後にする。

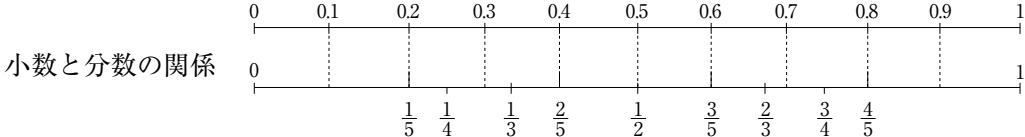
ココが急所！

- ・ **かけ算・割り算**はどちらが先でもかまわないので、**簡単になる方から計算**。
- ・ **$\times 10$ 、 $\times 100$** となる計算を先にする。

2 分数・小数・%・歩合

□ **分数と小数**：分数 $\frac{\triangle}{\bigcirc}$ は割り算の形にすると $\triangle \div \bigcirc$ になる。

例 $\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$ つまり、 $\frac{1}{2}$ と 0.5 は同じ値である



□ **分数・小数・%・歩合の関係**

分数	小数	%	歩合
0	0	0	0
$\frac{1}{10}$	0.1	10%	1 割
$\frac{2}{10}$	0.2	20%	2 割
$\frac{3}{10}$	0.3	30%	3 割
$\frac{10}{10} = 1$	1.0	100%	10 割

- (1) 分数と小数の関係：上図参照
- (2) **1%** は 1 つのものを 100 で割ったときの 1 つ分なので、
 $1\% = 1 \div 100 = \frac{1}{100} = 0.01$
 $25\% = 1 \div 100 \times 25 = \frac{25}{100} = 0.25$ のような関係になる。
- (3) $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 割} = \frac{1}{10} = 0.1 \\ 1 \text{ 分} = \frac{1}{100} = 0.01 \\ 1 \text{ 厘} = \frac{1}{1000} = 0.001 \end{array} \right.$ が、歩合と分数、小数の関係である。

標準例題 1

次の表の空欄をうめなさい。

分数	小数	%	歩合
$\frac{1}{5}$	(1)	(2)	(3)
(4)	0.5	(5)	(6)

【解 答】(1) $\frac{1}{5} = 1 \div 5 = 0.2$ (2) $\frac{1}{100} = 1\%$ より、 $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

(3) $\frac{1}{10} = 1 \text{ 割}$ より、 $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 2 \text{ 割}$ (4) $0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

(5) $0.01 = 1\%$ より、 $0.5 = 0.01 \times 50 = 50\%$ (6) $0.1 = 1 \text{ 割}$ より、 $0.5 = 5 \text{ 割}$

【類題 1】 次の表の空欄をうめなさい。

分数	小数	%	歩合
$\frac{2}{5}$	(1)	(2)	(3)
$\frac{1}{4}$	(4)	(5)	(6)

ココが急所！

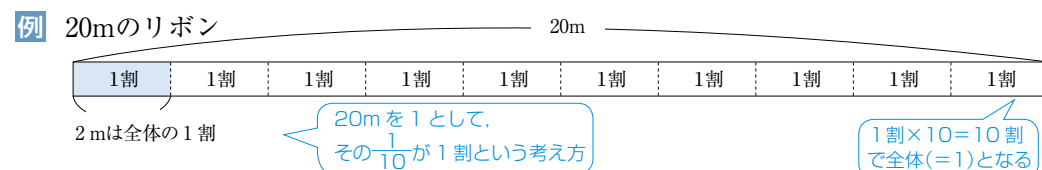
- ・ **分数と小数**の関係は、
 $\frac{\triangle}{\bigcirc} = \triangle \div \bigcirc$
- ・ $1 \text{ 割} = \frac{1}{10} = 0.1$
- ・ $1 \text{ 分} = 1\% = \frac{1}{100} = 0.01$
- ・ $1 \text{ 厘} = \frac{1}{1000} = 0.001$

参考

プロ野球選手の打率などに歩合は使われている。たとえば、30 打席中 10 安打した場合には、 $10 \div 30 = 0.333 \dots$ となるので、1 万分の 1 のケタを四捨五入して、打率 3 割 3 分 3 厘となる。

3 割引、割増の関係

□ 全体を1とする考え方：100% = 1, 10割 = 1, 10^ぶ分 = 1割, 10厘 = 1分である。



□ 計算のしかた：部分÷全体×○で計算する。

%を出すとき=100・割を出すとき=10

例 20mのリボンを2m切ったとき、全体の何%（何割）切ったことになるか。

%の求め方：部分÷全体×100=2(m)÷20(m)×100=10(%)

割の求め方：部分÷全体×10=2(m)÷20(m)×10=1(割)

ただし、8mのリボンを1m切ったときの割合 1÷8×10=1.25は、1.25割でなく1割2分5厘となる

□ 割引、割増：全体を10割としたときの減分と増分。

例 割引：安売りで商品2割引⇒普段の料金を10割としたとき、さらに2割分減額するという意味
普段1000円の商品を安売りで800円払うと買えることになる

例 割増：定価は原価の2割増⇒仕入価格を10割としたとき、さらに2割分増額するという意味
仕入価格1000円の商品を、店は1200円で売る

標準例題1

次の問いに、小数で答えなさい。

- (1) 全体を1としたとき、1割引では、いくつになるか。
(2) 全体を1としたとき、25%増では、いくつになるか。

ココが急所！

全体を1としたとき、%は100で、割は10で割った割合になっている。

アドバイス

全体を1としたとき、1より増えるのが割増、1より減るのが割引。

ココが急所！

全体を1として増減を考えて、それを全体の値にかけ合わせる。

標準例題2

次の問いに答えなさい。

- (1) 1000円の4割引は、いくらになるか。
(2) 2000円の30%増は、いくらになるか。

【解答】(1) 4割引は1-0.4=0.6なので、1000×0.6=600(円)

(2) 30%増は1+0.3=1.3なので、2000×1.3=2600(円)

【類題2】定価500円の商品が、安売りで2割5分引きになるという。このとき、この商品はいくらで買うことができるか。

4 分数の計算

□ 足し算・引き算

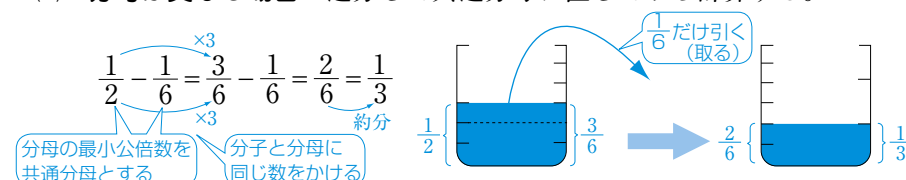
(1) 分母が同じ場合：分母はそのまま、分子のみ計算する。分数： $\frac{\triangle}{\bigcirc}$ ←分子 ←分母

例

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

計算
同じ そのまま 約分

(2) 分母が異なる場合：通分して共通分母に直してから計算する。



□ かけ算・割り算

(1) かけ算：分母どうし、分子どうしをかけ合わせる。

例 $\frac{1}{6} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{42}$

1×5 6×7

(2) 割り算：割る数の分子と分母をひっくり返して（これを逆数という）かけ算する。

例 $\frac{3}{7} \div \frac{5}{2} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$

かけ算に 割られる数 割る数を逆数にする

標準例題1

次の計算をしなさい。

(1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$

【解答】(1) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ (3) $\frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

【類題1】次の計算をしなさい。

(1) $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$ (2) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{7} - \frac{1}{3}$

ココが急所！

分母が共通分母になるように、最小公倍数を見つけて通分する。

標準例題2

次の計算をしなさい。

(1) $\frac{1}{3} \times \frac{5}{7}$ (2) $\frac{3}{7} \times \frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$

【解答】(1) $\frac{5}{21}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{5}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{6}$

【類題2】次の計算をしなさい。

(1) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$ (2) $\frac{3}{8} \times \frac{2}{9}$ (3) $\frac{2}{3} \div \frac{6}{7}$

ココが急所！

割り算は、割る数の分子と分母を入れかえて、かけ算にして計算する。

$\frac{\square}{\bigcirc} \div \frac{\triangle}{\bigcirc} = \frac{\square}{\bigcirc} \times \frac{\bigcirc}{\triangle}$

5 単位の計算

□ 時間の単位

$$\begin{array}{c} \div 60 \quad \times 60 \\ 1 \text{ 時間} = 60 \text{ 分} \longleftrightarrow 1 \text{ 分} = \frac{1}{60} \text{ 時間} \end{array} \xrightarrow{12 \text{ 倍}} 12 \text{ 分} = \frac{12}{60} \text{ 時間} = \frac{1}{5} \text{ 時間}$$

$$\begin{array}{c} \div 60 \quad \times 60 \\ 1 \text{ 分} = 60 \text{ 秒} \longleftrightarrow 1 \text{ 秒} = \frac{1}{60} \text{ 分} \end{array} \xrightarrow{30 \text{ 倍}} 30 \text{ 秒} = \frac{30}{60} \text{ 分} = \frac{1}{2} \text{ 分}$$

□ 距離の単位

$$\begin{array}{c} \times 1000 \\ 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \end{array} \quad \begin{array}{c} \times 100 \\ 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \end{array}$$

例 $2.5 \text{ km} = 2500 \text{ m}$ 例 $3.5 \text{ m} = 350 \text{ cm}$

□ 速度の関係

- (1) 時速：1 時間で進む距離 = 60 分で進む距離 $\leftarrow$ 時速を 60 で割ると 1 分間に進む距離 (分速)
 (2) 分速：1 分間で進む距離 = 60 秒で進む距離 $\leftarrow$ 分速を 60 で割ると 1 秒間に進む距離 (秒速)

例 時速 $30 \text{ km} =$ 分速 $0.5 \text{ km} =$ 分速 500 m

$\xrightarrow{60 \text{ で割る}} \quad \xrightarrow{1000 \text{ 倍する}}$

標準例題 1

次の空欄をうめなさい。

- (1) $25 \text{ 分} = \square \text{ 時間}$ (2) $\frac{1}{4} \text{ 時間} = \square \text{ 分}$
 (3) $2000 \text{ m} = \square \text{ km}$ (4) $1.3 \text{ m} = \square \text{ cm}$

【解 答】(1) $25 \text{ 分} = \frac{25}{60} \text{ 時間} = \frac{5}{12} \text{ 時間}$ (2) $\frac{1}{4} \text{ 時間} \times 60 = 15 \text{ 分}$

(3) $2000 \text{ m} \rightarrow 2000 \div 1000 = 2 \text{ km}$ (4) $1.3 \text{ m} \rightarrow 1.3 \times 100 = 130 \text{ cm}$

【類題 1】次の空欄をうめなさい。

- (1) $12 \text{ 分} = \square \text{ 時間}$ (2) $0.3 \text{ 時間} = \square \text{ 分}$
 (3) $1.3 \text{ km} = \square \text{ m}$ (4) $230 \text{ cm} = \square \text{ m}$

標準例題 2

次の空欄をうめなさい。

- (1) 分速 $300 \text{ m} =$ 秒速 $\square \text{ m}$
 (2) 分速 $120 \text{ m} =$ 時速 $\square \text{ km}$

【解 答】(1) 分速 $300 \text{ m} \rightarrow 300 \div 60 =$ 秒速 5 m

(2) 分速 $120 \text{ m} \rightarrow 120 \times 60 =$ 時速 $7200 \text{ m} \rightarrow 7200 \div 1000 =$ 時速 7.2 km

【類題 2】次の空欄をうめなさい。

- (1) 時速 $90 \text{ km} =$ 分速 $\square \text{ m}$
 (2) 秒速 $5 \text{ m} =$ 分速 $\square \text{ m}$

ココが急所！

分 $\rightarrow$ 時間…60で割る
 時間 $\rightarrow$ 分…60倍する
 km $\rightarrow$ m…1000倍する
 m $\rightarrow$ km…1000で割る
 m $\rightarrow$ cm…100倍する
 cm $\rightarrow$ m…100で割る

アドバイス

(1)は分 $\rightarrow$ 時間なので60で割る。(2)は時間 $\rightarrow$ 分なので60倍。(3)はm $\rightarrow$ kmなので1000で割る。(4)はm $\rightarrow$ cmなので100倍。

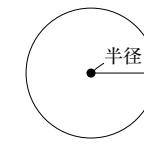
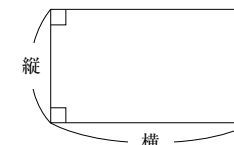
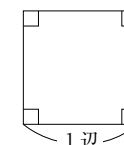
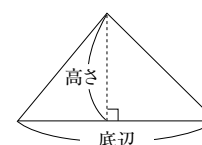
ココが急所！

$$\begin{array}{c} \text{分速} \xleftarrow{\div 60} \text{時速} \\ \text{秒速} \xleftarrow{\div 60} \text{分速} \end{array}$$

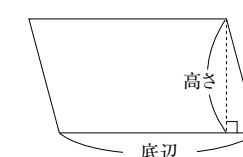
6 その他の重要事項

□ 面積

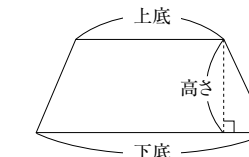
- (1) 三角形の面積 $= \text{底辺} \times \text{高さ} \div 2$ (2) 正方形の面積 $= 1 \text{ 辺} \times 1 \text{ 辺}$ (3) 長方形の面積 $= \text{縦} \times \text{横}$ (4) 円の面積 $= \text{半径} \times \text{半径} \times \pi$ (円周率)



- (5) 平行四辺形の面積 $= \text{底辺} \times \text{高さ}$

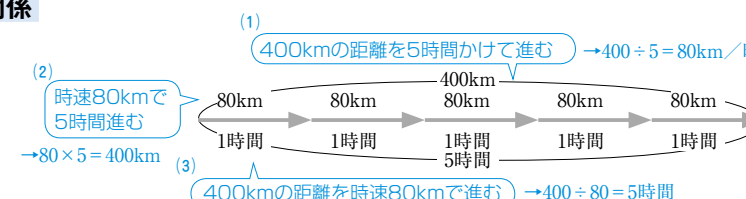


- (6) 台形の面積 $= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$



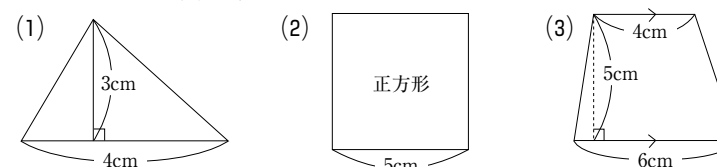
□ 距離、速さ、時間の関係

- (1) 速さ $= \text{距離} \div \text{時間}$
 (2) 距離 $= \text{速さ} \times \text{時間}$
 (3) 時間 $= \text{距離} \div \text{速さ}$



標準例題 1

次の図形の面積を求めなさい。



【解 答】(1) 6 cm^2 (2) 25 cm^2 (3) 25 cm^2

【類題 1】次の図形の面積を求めなさい。

- (1) 縦 6 cm , 横 8 cm の長方形
 (2) 底辺 7 cm , 高さ 4 cm の平行四辺形

標準例題 2

- (1) 毎分 150 m の速さで 5 分間進んだときの距離を求めなさい。
 (2) 1500 m を毎分 300 m の速さで走ったときにかかった時間を求めなさい。

【解 答】(1) $150 \times 5 = 750 \text{ m}$ (2) $1500 \div 300 = 5 \text{ 分}$

【類題 2】時速 900 km で飛んでいる飛行機が、1 秒間に進む距離を求めなさい。

ココが急所！

〈面積の求め方〉
 三角形 $= \text{底辺} \times \text{高さ} \div 2$
 正方形 $= 1 \text{ 辺} \times 1 \text{ 辺}$
 台形 $= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$

アドバイス

- (1) $4 \times 3 \div 2 = 6$
 (2) $5 \times 5 = 25$
 (3) $(4 + 6) \times 5 \div 2 = 25$

ココが急所！

・速さ $= \text{距離} \div \text{時間}$
 ・距離 $= \text{速さ} \times \text{時間}$
 ・時間 $= \text{距離} \div \text{速さ}$

7 データの整理と分析（代表値・度数分布表・ヒストグラム）

□ **代表値**：データの特徴を1つの数値で代表させたもので、次のようなものがある。

(1) **平均値**：データの値の合計をデータの総数でわった値

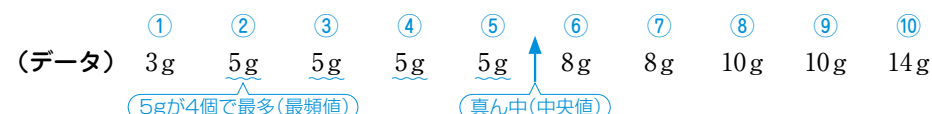
例 下の10個のデータの平均値は、 $(3+5\times 4+8\times 2+10\times 2+14)\div 10=7.3(\text{g})$

(2) **中央値（メジアン）**：データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

例 下の10個のデータの中央値は、小さい方から5番目の5gと6番目の8gの平均を求め、 $(5+8)\div 2=6.5(\text{g})$

(3) **最頻値（モード）**：データの中で、もっとも多く出てくる値。後述する度数分布表では、度数のもっとも多い階級の階級値（階級の真ん中の値）となる。

例 下の10個のデータの最頻値は、4つ出てくる5gが最頻値。



□ **データの範囲（レンジ）**：データの最大値から最小値をひいた値

例 上の10個のデータの範囲は、 $14-3=11(\text{g})$

□ **度数分布表**：データをいくつかの区間（階級）に分けて表した表

(1) **階級の幅**：区間の幅

(2) **度数**：各階級に入っているデータの個数

(3) **累積度数**：最初の階級からその階級までの度数の合計

例 右の度数分布表で、通学時間が60分以上80分未満の人は6人、80分未満の人は全部で26人いることになる。また、最頻値は、40分以上60分未満の階級の階級値（真ん中の値）である50分。

□ **ヒストグラム(柱状グラフ)**：階級の幅を横、度数を縦とする長方形を並べて分布のようすを表した図

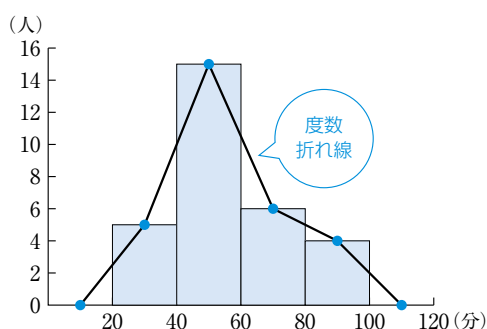
□ **度数折れ線**：ヒストグラムの各長方形の上の辺の中点を結んだ折れ線。両端は0分以上20分未満、100分以上120分未満の階級の度数を0として結ぶ。

参考 度数分布表やヒストグラムから平均値を求めるときは、(階級値) $\times$ (度数)の合計を度数の合計でわって求める。

通学時間(分)	度数(人)	累積度数(人)
以上 未満 20 ~ 40	5	5
40 ~ 60	15	20
60 ~ 80	6	26
80 ~ 100	4	30
合 計	30	

この度数分布表をヒストグラムに表すと

ヒストグラム



例 平均値は、 $(30\times 5+50\times 15+70\times 6+90\times 4)\div 30=56(\text{分})$

標準例題 1

次のデータの平均値、中央値、最頻値をそれぞれ求めなさい。
10m, 9m, 6m, 6m, 10m, 10m, 5m, 16m

【解 答】 平均値： $(5+6\times 2+9+10\times 3+16)\div 8=72\div 8=9(\text{m})$

中央値：9mと10mの平均になる。 $(9+10)\div 2=9.5(\text{m})$

最頻値：データが3つある10m

【類題 1】 標準例題1のデータに18mを1つ加えるとき、平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

標準例題 2

右の度数分布表を見て答えなさい。

(1) ア、イにあてはまる数を求めなさい。

(2) 得点が60点未満の人は何人いますか。

得点(点)	度数(人)	累積度数(人)
以上 未満 0 ~ 20	2	2
20 ~ 40	ア	7
40 ~ 60	8	15
60 ~ 80	7	イ
80 ~ 100	3	25
合 計	25	

【解 答】 (1) ア=7-2=5 イ=15+7=22 (2) 15人

【類題 2】 標準例題2で、得点が82点だった人は、得点が高い方から数えて何番目から何番目までと考えられますか。

8 データの整理と分析（相対度数）

□ **相対度数**：各階級の度数の、度数の合計に対する割合

$$(\text{相対度数}) = \frac{(\text{その階級の度数})}{(\text{度数の合計})}$$

□ **累積相対度数**：最初の階級からその階級までの相対度数を合計したもの

記録(m)	度数(人)	相対度数	累積相対度数
以上 未満 0 ~ 10	5	0.25	0.25
10 ~ 20	11	0.55	0.80
20 ~ 30	4	0.20	1.00
合 計	20	1.00	

標準例題 3

上の度数分布表で、記録が20m未満の人は全体の何%ですか。

【解 答】 $0.80\times 100=80(\%)$

ココが急所!

中央値を求めるときは、データを小さい順または大きい順に並べ直す。

⑤ ⑥ ⑥ ⑨ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩

中央値

アドバイス

データが1つ増えて9個になるので、中央値は真ん中のデータになる。

⑤ ⑥ ⑥ ⑥ ⑨ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩ ⑩

真ん中

ココが急所!

累積度数は、その階級までの度数の合計になる。

「累積度数」=「1つ前の階級の累積度数」+「その階級の度数」

アドバイス

得点が80点以上100点未満の階級に入るが、その中で何番目に高いかはわからない。

ココが急所!

百分率（パーセント）で表すには、小数または分数で表された割合を100倍する。

第1章 正負の数

1 正負の数, 加法と減法

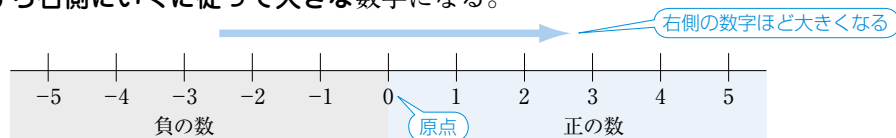
1 正の数と負の数

- **正の数** : 0 より大きい数。+ (正の符号) をつけて表す。 **例** +5, +3
- **負の数** : 0 より小さい数。- (負の符号) をつけて表す。 **例** -5, -3

2 数直線と絶対値

- **数直線** : 直線上で原点である0を基準として等間隔に目盛りをつけたもの。

- (1) 原点0の右側に正の数。原点0の左側に負の数に対応する。
- (2) 左から右側にいくに従って大きな数字になる。



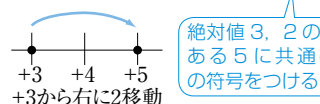
- **絶対値** : 対象とする数と原点との間の距離。符号を取ったものに対応。

例 +3の絶対値は3 -5の絶対値は5

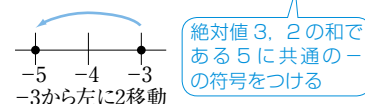
3 加法（足し算）

- **同符号の加法** : 絶対値の和に、その符号をつける。

例 $(+3) + (+2) = +(3+2) = +5$



例 $(-3) + (-2) = -(3+2) = -5$

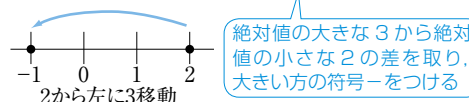


- **異符号の加法** : 絶対値の大きい方から小さい方を引き、絶対値の大きい方の符号をつける。

例 $(-2) + (+3) = +(3-2) = +1$



例 $(+2) + (-3) = -(3-2) = -1$

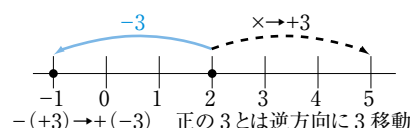


4 減法（引き算）

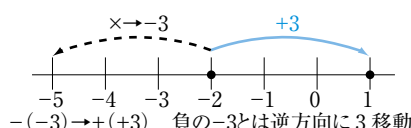
- **減法のしかた** : 引き算を足し算に変えてから計算。

- (1) 符号の変え方① : $(+ \square) \rightarrow (- \square)$ ② : $(- \square) \rightarrow (+ \square)$

例 $(+2) - (+3) = (+2) + (-3) = -1$

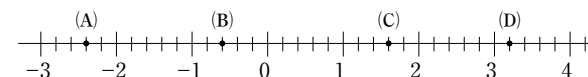


例 $(-2) - (-3) = (-2) + (+3) = +1$



基本例題 1

下の数直線の各点に対応する数字を答えなさい。

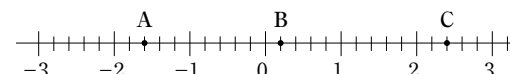


解き方 1目盛りがいくつかを考える。

Point 負の数を読むときは、原点から左向きに数える。

【解答】 (A) -2.4 (B) -0.6 (C) 1.6 (D) 3.2

【類題1】 下の数直線の各点に対応する数字を答えなさい。



標準例題 1

次の数の絶対値を答えなさい。

- (1) +3 (2) -3

解き方 数直線上で、原点からの距離を考える。

Point 絶対値は数字から符号を取り除いたものになる。

【解答】 (1) 3 (2) 3

【類題2】 絶対値が4になる整数をすべて答えなさい。

基本例題 2

次の計算をしなさい。

- (1) $(+4) + (+3)$ (2) $(-4) + (-3)$ (3) $(+4) + (-3)$ (4) $(-4) + (+3)$

解き方 加法のルールに従って計算。数直線を利用して考えてもよい。

Point 同符号の和 : 絶対値の和に共通の符号をつける。

異符号の和 : 絶対値の大きい方から絶対値の小さい方を引き、大きい方の符号をつける。

【解答】 (1) +7 (2) -7 (3) +1 (4) -1

【類題3】 次の計算をしなさい。

- (1) $(+8) + (+3)$ (2) $(-1) + (-9)$ (3) $(+5) + (-7)$ (4) $(-6) + (+4)$

基本例題 3

次の計算をしなさい。

- (1) $(+4) - (+3)$ (2) $(-4) - (-3)$ (3) $(-4) - (+3)$ (4) $(+4) - (-3)$

解き方 減法のルールに従って計算。数直線を利用して考えてもよい。

Point 引く数の符号を-から+に変えて、足し算として計算。

【解答】 (1) +1 (2) -1 (3) -7 (4) +7

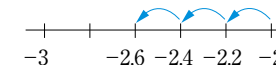
【類題4】 次の計算をしなさい。

- (1) $(+1) - (+7)$ (2) $(-4) - (-6)$ (3) $(-8) - (+5)$ (4) $(+9) - (-2)$

ココが急所!

1を5等分しているのだから、1目盛りは0.2にあたる。

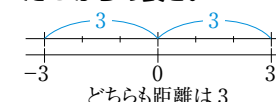
アドバイス



負の領域では0から離れるほど数字は小さくなるので、数を読むときは、左向きに数える。

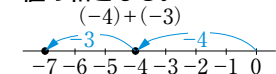
ココが急所!

絶対値は「ものさし」で測った0からの長さ。

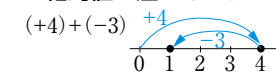


ココが急所!

同符号の加法では数直線上を同じ方向に進むため絶対値の和となる。



異符号の加法では数直線上をたがいに逆方向に進むため絶対値の差となる。



アドバイス

同符号 : $(+4) + (+3) = (+4+3)$ 共通の符号

異符号 : $(-4) + (+3) = (-4+3)$ 絶対値の差、絶対値の大きい方の符号

ココが急所!

引き算は足し算に変えてから計算。

アドバイス

符号が変える : $(+4) - (+3) = (+4) + (-3)$ 足し算に変える

符号が変える : $(-4) - (-3) = (-4) + (+3)$ 足し算に変える

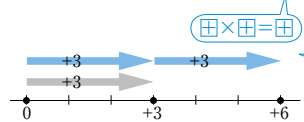
第1章 正負の数

2 乗法と除法

1 乗法 (かけ算)

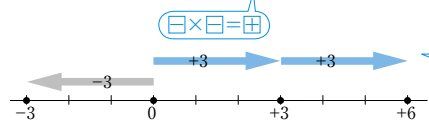
□ **同じ符号の2数の積**：同じ符号の2つの積は**正の数**（プラス）になる。

例 $(+3) \times (+2) = + (3 \times 2) = +6$



+3が同じ方向に2つ分進むので符号はプラス

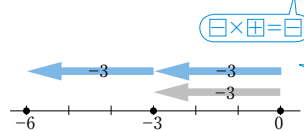
例 $(-3) \times (-2) = + (3 \times 2) = +6$



-3が逆方向に2つ分進むので符号はプラス

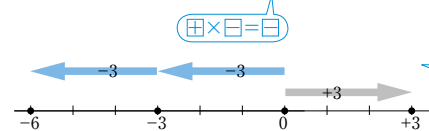
□ **異なる符号の2数の積**：異なる符号の2つの積は**負の数**（マイナス）になる。

例 $(-3) \times (+2) = - (3 \times 2) = -6$



-3が同じ方向に2つ分進むので符号はマイナス

例 $(+3) \times (-2) = - (3 \times 2) = -6$



+3が逆方向に2つ分進むので符号はマイナス

□ **累乗**：同じ数の積 □ **指数**：数または文字の右肩にのっている数または文字のこと。

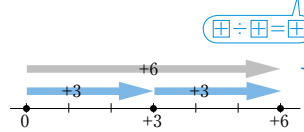
例 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

例 $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

2 除法 (割り算)

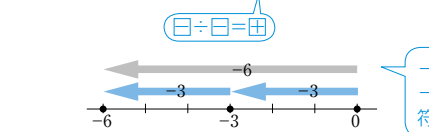
□ **同じ符号の2数の商**：同じ符号の2つの商は**正の数**（プラス）になる。

例 $(+6) \div (+3) = + (6 \div 3) = +2$



+6に同じ方向の+3が2つ分入る。符号はプラス

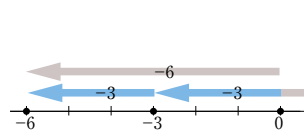
例 $(-6) \div (-3) = + (6 \div 3) = +2$



-6に同じ方向の-3が2つ分入る。符号はプラス

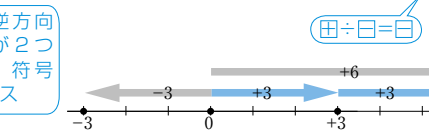
□ **異なる符号の2数の商**：異なる符号の2つの商は**負の数**（マイナス）になる。

例 $(-6) \div (+3) = - (6 \div 3) = -2$



-6に逆方向の+3が2つ分入る。符号はマイナス

例 $(+6) \div (-3) = - (6 \div 3) = -2$



+6に逆方向の-3が2つ分入る。符号はマイナス

3 乗法と除法の関係

□ **商と積の関係**：割る数の逆数を取ると**除法が乗法に変わる**。

例 $(-6) \div (+2) = (-6) \times \left(+\frac{1}{2}\right) = -3$

〈逆数の性質〉

逆数と元の数をかけ合わせると1になる。

$(+2) \times \left(+\frac{1}{2}\right) = 1$ $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$

基本例題 1

次の計算をなさい。

(1) $(+4) \times (+3)$ (2) $(-4) \times (-3)$ (3) $(+4) \times (-3)$ (4) $(-4) \times (+3)$

解き方 乗法のルールに従って計算する。

Point

同符号の積：絶対値の積に+をつける。

異符号の積：絶対値の積に-をつける。

【解 答】(1) +12 (2) +12 (3) -12 (4) -12

【類題1】 次の計算をなさい。

(1) $(+8) \times (+3)$ (2) $(-1) \times (-9)$ (3) $(-5) \times (+7)$ (4) $(+6) \times (-4)$

標準例題 1

次の計算をなさい。

(1) 3^3 (2) $(-4)^2$

解き方 累乗は乗法に直して計算する。

【解 答】(1) $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ (2) $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = +16$

【類題2】 次の計算をなさい。

(1) 5^3 (2) $(-5)^3$ (3) -5^3

基本例題 2

次の計算をなさい。

(1) $(+8) \div (+2)$ (2) $(-8) \div (-2)$ (3) $(+8) \div (-2)$ (4) $(-8) \div (+2)$

解き方 除法のルールに従って計算する。

Point

同符号の商：絶対値の商に+をつける。

異符号の商：絶対値の商に-をつける。

【解 答】(1) +4 (2) +4 (3) -4 (4) -4

【類題3】 次の計算をなさい。

(1) $(+28) \div (+7)$ (2) $(-16) \div (-4)$ (3) $(+81) \div (-9)$ (4) $(-64) \div (+8)$

標準例題 2

次の計算をなさい。

(1) $(+2) \times (-3) \div \left(-\frac{4}{5}\right)$ (2) $(-3)^2 \times (+4)^2 \div \left(-\frac{8}{9}\right)$

解き方 除法は逆数のかけ算に直してから計算する。

【解 答】(1) $(+2) \times (-3) \div \left(-\frac{4}{5}\right) = (+2) \times (-3) \times \left(-\frac{5}{4}\right) = +\frac{30}{4} = +\frac{15}{2}$

(2) $(-3)^2 \times (+4)^2 \div \left(-\frac{8}{9}\right) = 9 \times 16 \times \left(-\frac{9}{8}\right) = -162$

【類題4】 次の計算をなさい。

(1) $\left(+\frac{1}{10}\right) \div \left(+\frac{4}{5}\right) \times (+3)$ (2) $\left(+\frac{1}{2}\right) \div \left(+\frac{1}{5}\right)^2 \times (-3)$

ココが急所!

〈乗法の符号のルール〉

$+$ $\times$ $+$ $=$ $+$

$-$ $\times$ $-$ $=$ $+$

$+$ $\times$ $-$ $=$ $-$

$-$ $\times$ $+$ $=$ $-$

アドバイス

同符号 $(+4) \times (+3) = + (4 \times 3)$

異符号 $(-4) \times (+3) = - (4 \times 3)$

参考 〈負の数の累乗〉

指数が奇数のときは**マイナス**
 $(-2)^3$

$= (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

指数が偶数のときは**プラス**
 $(-2)^4$

$= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

$= +16$

アドバイス

(2) $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5)$

(3) $-5^3 = -(5 \times 5 \times 5)$

ココが急所!

〈除法の符号のルール〉

$+$ $\div$ $+$ $=$ $+$

$-$ $\div$ $-$ $=$ $+$

$+$ $\div$ $-$ $=$ $-$

$-$ $\div$ $+$ $=$ $-$

アドバイス

同符号 $(+8) \div (+2) = + (8 \div 2)$

異符号 $(-8) \div (+2) = - (8 \div 2)$

ココが急所!

負の数が偶数個のとき、積

は**プラス**になる。

負の数が奇数個のとき、積

は**マイナス**になる

第1章 正負の数

3 数の範囲と四則計算

1 数の範囲

□ 数の範囲を示す表現

- ・ **以上, から**: その数よりも大きな数で, その数を**含む**。 **例** 選挙権は18歳から
- ・ **以下, まで**: その数よりも小さな数で, その数を**含む**。
- ・ **より大きい(小さい)**: その数よりも大きな(小さな)数で, その数を**含まない**。 **例** 15未満
- ・ **未満**: その数よりも小さな数で, その数を**含まない**。

18歳ならOK

15よりも小さな数で15は含まない

2 四則混合の計算順序

□ 加法・減法・乗法・除法が混じっている式: 乗法・除法の計算を**先**に行う。

$$\text{例 } 5 - (-2) \times 3 = 5 - (-6) = +11$$

$$\text{例 } 12 \div 4 - (-2) \times 3 = +3 - (-6) = +9$$

乗法を先に計算

乗法を先に計算

除法を先に計算

□ **かっこがある式**: かっこの中の計算を**先**に行う。

$$\text{例 } -3 + \{2 + (-4)\} \times 2 = -3 + (-2) \times 2 = -3 + (-4) = -7$$

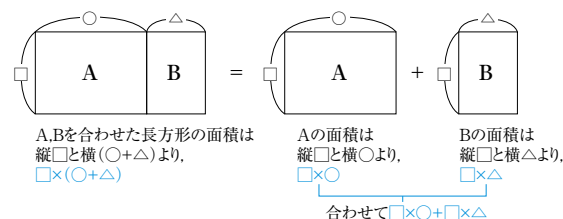
かっこを先に計算

3 計算の法則

□ **分配法則**: 2つの数の和にある数をかける計算は, それぞれの数にある数をかけたものを足しても同じ結果になる。

$$\text{例 } (7+3) \times 5 = 7 \times 5 + 3 \times 5$$

$$\text{どちらの計算も } \left\{ \begin{array}{l} (7+3) \times 5 = 10 \times 5 = 50 \\ 7 \times 5 + 3 \times 5 = 35 + 15 = 50 \end{array} \right\} \text{ 同じ値になる。}$$

□ **分配法則の利用**: 分配法則を利用して計算を簡単に行う。

$$\text{例 } 37 \times 25 + 63 \times 25 = (37 + 63) \times 25 = 100 \times 25 = 2500$$

$$\square \times \bigcirc + \square \times \triangle = \square \times (\bigcirc + \triangle)$$

$$\text{例 } 99 \times 25 = (100 - 1) \times 25 = 100 \times 25 - 1 \times 25 = 2500 - 25 = 2475$$

$$\square \times (\bigcirc + \triangle) = \square \times \bigcirc + \square \times \triangle$$

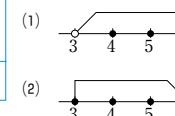
基本例題 1

次の範囲に含まれる数字をすべて答えなさい。

- (1) 3より大きく6以下の整数 _____
- (2) 3以上6未満の整数 _____

解き方 数直線で範囲を考える。

アドバイス



Point 以上, 以下, から, まではその数を含む。
より, 未満はその数を含まない。

【解 答】(1) 3は含まれず, 6は含むので, 答え: 4, 5, 6

(2) 6は含まれず, 3は含むので, 答え: 3, 4, 5

【類題1】 次の範囲に含まれる数字をすべて答えなさい。

- (1) 絶対値が2以下のすべての整数
- (2) 絶対値が2以上, 4未満のすべての整数

標準例題 1

次の計算をしなさい。

- (1) $-75 \div 5 - 6 \times 3$ (2) $-9 + \{7 + (-15) \div 3\} \times 2$

解き方 計算する順序を考える。

Point かけ算, 割り算を先に計算する。
かっこの中の計算を先に行う。

【解 答】(1) $-75 \div 5 - 6 \times 3 = -15 - 18 = -33$

$$(2) -9 + \{7 + (-15) \div 3\} \times 2 = -9 + \{7 + (-5)\} \times 2 = -9 + 2 \times 2 = -9 + 4 = -5$$

【類題2】 次の計算をしなさい。

- (1) $-4 \times (7-3)$ (2) $-9 + \{7 + (6-4)\} \div 3$

標準例題 2

次の計算をしなさい。

- (1) $(-31) \times 17 + (-31) \times 13$ (2) 34×99

解き方 分配法則を利用してきりのよい数字を見つける。

Point 分配法則: $(\bigcirc + \triangle) \times \square = \bigcirc \times \square + \triangle \times \square$ を利用する。

【解 答】

$$(1) (-31) \times 17 + (-31) \times 13 = (-31) \times (17+13) = (-31) \times 30 = -930$$

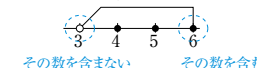
$$(2) 34 \times 99 = 34 \times (100 - 1) = 34 \times 100 - 34 \times 1 = 3400 - 34 = 3366$$

【類題3】 次の計算をしなさい。

- (1) $(-4) \times 26 - (-4) \times 6$ (2) 99×19

参考

その数を含む場合と含まない場合の表記。



ココが急所!

四則の混じった計算では, 以下の順序で優先的に計算する。

- ① **かっこ**の中
- ② **乗法・除法**
- ③ **加法・減法**

アドバイス

- (1) 乗法・除法を先に計算。
- (2) ①かっこの中の除法を計算→②かっこを計算→③乗法を計算→④加法を計算。

参考

+の符号は計算の意味を失わない範囲で省くことができる。

$$(-25) \div (\overset{\text{省略不可}}{+}5) \overset{\text{省略不可}}{+} (\overset{\text{省略不可}}{+}6) \times (\overset{\text{省略不可}}{+}3) = -25 \div 5 + 6 \times 3$$

参考

分配法則: $(\bigcirc + \triangle) \times \square = \bigcirc \times \square + \triangle \times \square$ は△が負の数でも使うことができる。

アドバイス

- (1) **かっこ**でくくる。
- (2) 99をきりのよい数字に置き換える。

第2章 文字と式

1 文字を使った式，文字式の計算

1 文字式

□ 文字式：文字を使って表した式

$$\text{例 } -5ac \quad -z - xy^2$$

□ 文字式を書く際の決まり

(1) かける(×)の記号は省く。

$$\text{例 } a \times b = ab \quad a \times (b + c) = a(b + c)$$

(2) 同じ文字の積は累乗の形で書く。

$$\text{例 } a \times a \times a = a^3 \quad \text{aaa とは書かない}$$

(3) 割り算は分数の形に変える。

$$\text{例 } a \div b = \frac{a}{b} \quad (a + b) \div c = \frac{a + b}{c} \quad \text{かっこをつけなくてもよい}$$

(4) 文字と数字の積は、数字→文字の順番に書く。

$$\text{例 } a \times (-2) = -2a \quad a(-2) \text{ とは書かない}$$

(5) 複数の文字の積はアルファベット順に並べ替える。

$$\text{例 } c \times b \times a = abc$$

2 文字式の作り方

□ 文字式の作り方

(1) 与えられた文字の内容を考えながら文字式の決まりに従って文字式を作る。

$$\text{例 } a \times b \times a \times 2 \div c = \frac{2a^2b}{c}$$

(2) 単位が異なる場合は単位をそろえ、単位を書く。

$$\text{例 } x \text{ kg の水と } y \text{ g の水を合わせたときの重さの合計}$$

$$(1000x + y) \text{ g} \quad \text{または} \quad \left(x + \frac{y}{1000}\right) \text{ kg}$$

3 文字式の計算

□ 代入：文字式の文字に具体的な数字を入れて値を計算する。

$$\text{例 } x = -2 \text{ のとき, } -3x^2 \text{ の値は}$$

$$-3x^2 = -3 \times (-2) \times (-2) = -3 \times (-2) \times (-2) = -12$$

×の記号を補うとわかりやすい

基本例題 1

次の式を文字式の決まりに従って×, ÷を省いて表しなさい。

$$(1) a \times b \times c \times (-2) \times a \quad (2) a \div 5 + 2 \times c \quad (3) (x - y) \div c \times 2$$

解き方 文字式の決まりに従って表す。

Point

乗法記号×は省き、同じ文字の積は累乗の形にする。

除法記号÷は分数の形に書く。

数は文字の前に書き、文字はアルファベット順に並べ替える。

$$\text{【解 答】} (1) a \times b \times c \times (-2) \times a = -2a^2bc$$

$$(2) a \div 5 + 2 \times c = \frac{a}{5} + 2c \quad (3) (x - y) \div c \times 2 = \frac{2(x - y)}{c}$$

【類題1】 次の式を文字式の決まりに従って表しなさい。

$$(1) x \times 7 \times y \times 2 \times z \quad (2) a \div b \times 2 \quad (3) (x - y) \div (x + y)$$

標準例題 1

次の数量を文字を使った式で表しなさい。

- (1) 男子 x 人, 女子 y 人で構成されるクラスの人数
 (2) 縦の長さ a cm, 横の長さが b cm のときの長方形の面積

解き方 文字が表す数量の意味を考え、単位を書く。

$$\text{【解 答】} (1) (x + y) \text{ 人} \quad (2) ab \text{ cm}^2$$

【類題2】 次の数量を文字を使った式で表しなさい。

- (1) 身長が x cm の人と y cm の人の平均の身長
 (2) 一辺の長さが z cm の立方体の体積

標準例題 2

 $a = -5$, $b = 4$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$(1) 2a + 3b \quad (2) a^2b \quad (3) (a + b)^2$$

Point

乗法の×記号を補うとわかりやすい。

$$\text{【解 答】} (1) 2a + 3b = 2 \times (-5) + 3 \times 4 = -10 + 12 = 2$$

$$(2) a^2b = (-5)^2 \times 4 = 25 \times 4 = 100$$

$$(3) (a + b)^2 = \{(-5) + 4\}^2 = (-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$$

【類題3】 $a = 3$, $b = -2$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$(1) a^3 \quad (2) a^2b^3 \quad (3) (a - b)^2$$

発展

例題 1 割合を含んだ文字式

 a 円の商品を1割引で購入し, b 円支払ったときのおつりを式で表しなさい。

$$\text{【解 答】} \text{商品の代金} : a \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{9a}{10} \text{ 円 (0.9a 円) だから,}$$

$$\text{おつり } \left(b - \frac{9a}{10}\right) \text{ 円, } (b - 0.9a) \text{ 円}$$

ココが急所!

$$a \div 5 + 2 \times c = \frac{a}{5} + 2c$$

加法・減法の+, −は省くことができない。

参考

$$1 \div c \rightarrow \frac{1}{c}$$

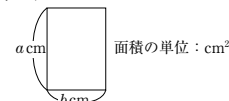
割り算は逆数のかけ算に変える。(2)は $\frac{a}{5}$ と $\frac{1}{5}a$ のどちらでもよい。

ココが急所!

文字を数と同じように考えて式を組み立てる。

アドバイス

長方形の面積 = 縦の長さ × 横の長さ



ココが急所!

文字式の文字に数を代入して計算する。

アドバイス

百分率: %や割合を文字式にするときは, 分数, 小数にする。

$$a \text{ の } r\% \rightarrow a \times \frac{r}{100} = \frac{ar}{100} = 0.01ar$$

$$a \text{ の } p \text{ 割} \rightarrow a \times \frac{p}{10} = \frac{ap}{10} = 0.1ap$$

第3章 式の計算

1 式の計算

1 項と係数

□ **項**：積と商のみで表された文字式。数字だけでも項となる。

例 -5 , ab , $-3ac^2$

□ **係数**：項を数字と文字の積とした場合の数字。

例 $-2x$ は $(-2) \times x$ と文字と数字の積となり、 -2 を x の係数という。
 x は $1 \times x$ となり、 1 を x の係数という。

□ **1次式**： $2x$ のような文字1つと数字の積による項と、数字のみの項の和からなる式。

例 $2x+3$

文字を1つ含む項 数字のみの項

x は $x+0$ とみなせるので1次式である。

2 1次式の加法と減法

□ **項の加法**： $ax+bx=(a+b)x$

例 $2x+3x=(2+3)x=5x$

□ **項の減法**： $ax-bx=(a-b)x$

例 $5x-3x=(5-3)x=2x$

□ **1次式の加法**： $ax+b+cx+d=(a+c)x+(b+d)$

係数の和 数の項の和

例 $(2x+5)+(3x-4)=(2+3)x+(5-4)=5x+1$

文字の項と数の項に分けて計算

□ **1次式の減法**： $(ax+b)-(cx+d)=(a-c)x+(b-d)$

係数の差 数の項の差

例 $(3x+5)-(2x+4)=(3-2)x+(5-4)=x+1$

文字の項と数の項に分けて計算

3 1次式の数の積

□ **1次式と数の積**： $\square(\bigcirc+\triangle)=\square \times \bigcirc + \square \times \triangle$ ：分配法則

$$m(ax+b)=m \times ax+m \times b$$

各項に m をかける

例 $2(3x+5)=(2 \times 3)x+(2 \times 5)=6x+10$

各項に2をかける

基本例題 1

次の計算をなさい。

$$(1) 2x+x \quad (2) \frac{1}{4}x-\frac{2}{3}x \quad (3) 3x+5-x+2$$

解き方 最初に、項とその係数を調べる。

Point 項どうしの計算は $\begin{cases} mx+nx=(m+n)x \\ mx-nx=(m-n)x \end{cases}$

【解 答】(1) $2x+x=(2+1)x=3x$

$$(2) \frac{1}{4}x-\frac{2}{3}x=\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)x=\left(\frac{3}{12}-\frac{8}{12}\right)x=-\frac{5}{12}x$$

$$(3) 3x+5-x+2=(3-1)x+(5+2)=2x+7$$

【類題1】 次の計算をなさい。

$$(1) -2x-3x \quad (2) \frac{1}{3}x+\frac{2}{5}x \quad (3) 2-3x+x+7$$

標準例題 1

次の計算をなさい。

$$(1) (3x+2)+(4x-2) \quad (2) (-x-7)-(2x+6)$$

解き方 かっこをはずして、文字の項と数の項でまとめる。

Point $+()$ のときは、そのままかっこをはずす。
 $-()$ のときは、かっこ内の符号を変えてははずす。

【解 答】

$$(1) (3x+2)+(4x-2)=3x+2+4x-2=3x+4x+2-2=7x$$

$$(2) (-x-7)-(2x+6)=-x-7-2x-6=-x-2x-7-6=-3x-13$$

【類題2】 次の計算をなさい。

$$(1) (-x-7)+(5x+1) \quad (2) (0.7x+1)-(x-2)$$

標準例題 2

次の計算をなさい。

$$(1) 2(-3x-7) \quad (2) -5(3x-3)+2(x-4)$$

解き方 ①かっこ内の1次式と数の積は分配法則を利用する。

②かっこをはずした後は、文字の項と数の項でまとめる。

Point 分配法則を用いてかっこ内の各項に外の数をつける。
 $a(b+c)=ab+ac$

【解 答】(1) $2(-3x-7)=-6x-14$

$$(2) -5(3x-3)+2(x-4)=-15x+15+2x-8=-15x+2x+15-8=-13x+7$$

【類題3】 次の計算をなさい。

$$(1) \frac{1}{3}(6x-2) \quad (2) -(2x-0.3)+0.2(x+1)$$

ここが急所!

同じ文字の項どうしの計算は係数の加法・減法によって行う。

参考

項の計算は分配法則を利用して行う。

〈分配法則〉

$$(\bigcirc+\triangle) \times \square = \bigcirc \times \square + \triangle \times \square$$

$$2 \times x + 3 \times x = (2+3)x$$

または次のように考えてもよい。

$$2x+3x=(x+x)+(x+x+x)=5x$$

全部で5つ

参考

$-(\bigcirc+\triangle)$ とは

$(-1) \times (\bigcirc+\triangle)$ のこと。

よって

$-(\bigcirc+\triangle)$

$$= (-1) \times \bigcirc + (-1) \times \triangle$$

$$= -\bigcirc - \triangle$$

かっこ内の符号が変わる。

アドバイス

(1) プラスの後にあるかっこのままだし、①文字の項どうし、②数字の項どうしでまとめる。

(2) マイナスの後にあるかっこの

$$-(2x+6)=-2x-6$$

のように、符号を変えてかっこをはずす。

アドバイス

$$-(a+b)=-a-b$$

$$-(a-b)=-a+b$$

第3章 式の計算

2 文字式の利用

1 等式とその利用

□ **等式**：数量の等しいものをどうしを**等号**（＝）を用いて表した式。

例 $a = 2b + 3c$ ← a と $2b + 3c$ が等しいことを表している

(1) **右辺・左辺**：等式で等号（＝）の（右側の式を**右辺**、左側の式を**左辺**）という。

例 $a = 2b + 3c$
左辺 右辺

(2) **両辺**：等式で右辺と左辺を合わせて**両辺**という。

□ **等式の利用**：等式は等しい数量を示すときや、公式を示すときに用いられる。

例 男子生徒 a 人，女子生徒 b 人，合わせて c 人のクラス構成

$$c = a + b \quad \text{または} \quad a + b = c$$

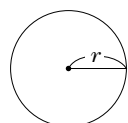
2 文字式の利用

□ **公式を表す文字式**

(1) **円周・円の面積**の公式

$$\text{円周} \quad \ell = 2\pi r$$

$$\text{円の面積} \quad S = \pi r^2$$

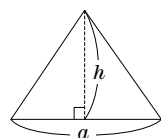


(ℓ ：円周 r ：半径 π ：円周率)

S は面積

(2) **多角形の面積**の公式

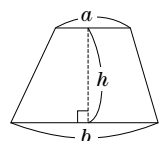
$$\text{三角形} \quad S = \frac{1}{2}ah$$



(a ：底辺 h ：高さ)

S は面積

$$\text{台形} \quad S = \frac{1}{2}(a+b)h$$



(a ：上底 b ：下底 h ：高さ)

S は面積

□ **式の変形**：公式を他の文字について解けば，別のものを求める公式を作ることができる。

例 三角形の面積を求める公式 $S = \frac{1}{2}ah$ $\xrightarrow{h \text{ について解くと}}$ $h = \frac{2S}{a}$ (高さを求める公式)

基本例題 1

次の数量の関係を等式で表しなさい。

a 円のりんごを n 個買い，1000 円支払ったときのおつりは c 円であった。

解き方 同じ数量を 2 通りの方法で表して，それらを＝で結ぶ。

ココが急所！

数量が等しいものをどうしを＝で表した式が等式。

Point

文字式とは異なり，等式には単位をつけない。

【解答】 $c = 1000 - an$ または， $1000 - an = c$

【類題 1】 次の数量の関係を等式で表しなさい。

a kg の砂糖を b g の袋に入れたら，全体で c kg だった。

アドバイス

(おつり) = (支払ったお金) - (りんごの代金)

アドバイス

1 つの等式の中に異なる単位が出てくるときには，いずれかの単位にそろえる。

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$a \text{ kg} = 1000a \text{ g}$$

標準例題 1

半径 r cm の円の周の長さ ℓ cm を求める公式を作りなさい。ただし，円周率を π とする。

解き方 半径が r のとき，直径はその 2 倍になる。

Point

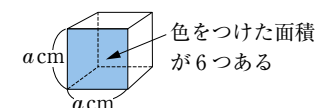
(円周の長さ) = (直径) × (円周率)

【解答】 $\ell = 2\pi r$

【類題 2】 1 辺が a cm の立方体の体積 V と表面積 S を求める公式を，それぞれ作りなさい。

アドバイス

立方体は 6 つの面からなる。



色をつけた面積が 6 つある

発展例題 1 割合を含んだ文字式

時速 a km で x 分走った後，時速 b km で y 分走り，全体で 8 km 走った。この数量の関係を等式で表しなさい。

解き方 時速○km で○時間，というように単位をそろえる。

参考

時速 a km とは，1 時間あたりに a km 進む速さのこと。

〈時間と分の関係〉

$$s \text{ 時間} = 60s \text{ 分}$$

$$t \text{ 分} = \frac{t}{60} \text{ 時間}$$

$$\text{【解答】} \quad \frac{ax}{60} + \frac{by}{60} = 8$$

〈解き方〉

時速 a km で x 分走った，つまり，時速 a km で $\frac{x}{60}$ 時間走った。

よって，時速 a km で走った距離は， $a \times \frac{x}{60} = \frac{ax}{60}$ (km) である。

また，時速 b km では， $\frac{y}{60}$ 時間走った。

よって，時速 b km で走った距離は， $b \times \frac{y}{60} = \frac{by}{60}$ (km) である。

全体で走った距離は 8 (km) であるので，次の等式で表せる。

$$\frac{ax}{60} + \frac{by}{60} = 8$$

第4章 多項式

1 多項式の計算

1 単項式と多項式

□ **単項式**：1つの項のみから成り立つ式。

例 $-2x, xy, xy^2$

□ **多項式**：2つ以上の項から成り立つ式。

例 $2x+3y$

2つの項

2 乗法のしかた

□ **単項式と多項式の乗法**：分配法則を利用して計算する。

例 $2a(3x+4y) = 2a \times 3x + 2a \times 4y = 6ax + 8ay$

□ **多項式と多項式の乗法**：一方の多項式の各項に、他方の多項式を掛け合わせて計算する。

例 $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$

多項式が掛け合わされる

→ $(x+2)(y+3) = xy + 3x + 2y + 6$

□ **展開する**：多項式や単項式の積を計算して単項式の和で表すことを展開するという。

例 $a(b+c) = ab+ac$ $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

展開する

展開する

3 乗法の公式

※多項式の積の展開のうち、よく使うものを公式とした。

□ **和の平方公式**： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

例 $(x+2y)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2y + (2y)^2$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2$

□ **差の平方公式**： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

例 $(x-2y)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2y + (2y)^2$
 $= x^2 - 4xy + 4y^2$

□ **和と差の積の公式**： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

例 $(x+2y)(x-2y) = x^2 - (2y)^2$
 $= x^2 - 4y^2$

□ **$x+a$ と $x+b$ の積の公式**： $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

例 $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$

基本例題 1

次の式を展開しなさい。

(1) $4x(a+2b)$ (2) $(x+3y)(-2a)$

解き方 分配法則を利用してかっこをはずす。

Point

分配法則： $a(b+c) = ab+ac$

を利用してかっこをはずして式を展開する。

【解 答】(1) $4x(a+2b) = 4x \times a + 4x \times 2b$

$= 4ax + 8bx$

(2) $(x+3y)(-2a) = x \times (-2a) + 3y \times (-2a)$

$= -2ax - 6ay$

【類題1】 次の式を展開しなさい。

(1) $(3y-2) \times 5x$ (2) $\frac{2}{3}a(3x+2y)$

標準例題 1

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(3y-2)$ (2) $(2x-3y)(5y+x)$

解き方 分配法則を利用して計算する。

Point

一方の多項式の各項に、他方の多項式を掛け合わせる。

$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$

【解 答】(1) $(x+2)(3y-2) = 3xy - 2x + 6y - 4$

(2) $(2x-3y)(5y+x) = 10xy + 2x^2 - 15y^2 - 3xy$

$= 2x^2 + 7xy - 15y^2$

【類題2】 次の式を展開しなさい。

(1) $(4x-5)(3x+2)$ (2) $(3x+2y)(x-2y)$

標準例題 2

次の式を展開しなさい。

(1) $(3x+2)^2$ (2) $(x+3y)(x-3y)$

解き方 和の平方公式と和と差の積の公式を利用する。

Point

和の平方公式

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

和と差の積の公式

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

【解 答】

(1) $(3x+2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$

(2) $(x+3y)(x-3y) = x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$

【類題3】 次の式を展開しなさい。

(1) $(2a-3b)^2$ (2) $(x+1)(x+4)$

ここが急所！

〈分配法則〉

$a(b+c)$

a は b と c の両方にかけられる。

アドバイス

(1) $4x$ を $a, 2b$ にかけて和を作る。

(2) $-2a$ を $x, 3y$ にかけて和を作る。

アドバイス

〈多項式×多項式の計算〉
たとえば、 $(x+2)(3y-2)$ では、 $x+2=M$ とすることで、 $M(3y-2)$ のような単項式と多項式の積の形に書くことができる。

$M(3y-2) = 3yM - 2M$

となるので、

再び $M = x+2$ に戻すと、

$3y(x+2) - 2(x+2)$

が得られる。

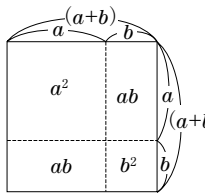
アドバイス

まず $3y$ を x と 2 にかけて、次に -2 を x と 2 にかける。

① ②
 $(x+2)(3y-2)$
③ ④

参考

$(a+b)^2$ は 1 辺 $(a+b)$ の正方形の面積と考えられる。



よって、 $a^2 + 2ab + b^2$ となる。

第4章 多項式

2 因数分解

1 素因数分解

- **素数** そすう：1 とその数以外には約数を持たない数。 例 2, 3, 5
- **因数** いんすう：整数をいくつかの数の積に分けたとき、それらの数を因数という。
- **素因数** そいんすう：素数である因数。
- **素因数分解** そいんすうぶんかい：整数を素因数の形に分解すること。

例 12 を素因数分解すると、 $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

12 の因数
それぞれが素数となる

素数で割り続ける

② 12

② 6

③

素数が残るまで

2 因数分解

- **因数分解**：1 つの整式をいくつかの式の積の形で表すこと。

例 $(a+b)(c+d)$ $\xrightarrow{\text{展開}}$ $ac+ad+bc+bd$
 $\xleftarrow{\text{因数分解}}$ $(a+b)(c+d)$
 それぞれを因数とよぶ

- **因数**：因数分解によってできあがる式において、積の形で表されるそれぞれのこと。

3 因数分解の方法

- **共通の因数のくくり出し**： $ma+mb=m(a+b)$

例 $2x^2+4x=2x(x+2)$
 $2x \times x$ $2x \times 2$ 共通の因数

- **公式の利用**

(1) 平方公式

$$\begin{cases} a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 & \text{例 } x^2+2x+1=(x+1)^2 \\ a^2-2ab+b^2=(a-b)^2 & \text{例 } x^2-2x+1=(x-1)^2 \end{cases}$$

(2) 和と差の積の公式

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b) \quad \text{例 } x^2-9=(x+3)(x-3)$$

(3) $x+a$ と $x+b$ の積の公式

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b) \quad \text{例 } x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$$

1+2

1×2

基本例題 1

次の式を因数分解しなさい。

(1) $6x+8x^2$ (2) a^2b+ab

解き方 各項の共通因数を見つけ、くくり出す。

Point

共通因数を見つけることが、因数分解の基本。
 $ma+mb=m(a+b)$ の場合、共通因数は m 。

【解 答】(1) $6x+8x^2=2x \times 3+2x \times 4x=2x(3+4x)$

(2) $a^2b+ab=ab(a+1)$

【類題 1】 次の式を因数分解しなさい。

(1) $-9x^2+3x$ (2) $6ax+4bx$

標準例題 1

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+6x+9 (2) $9x^2-12xy+4y^2$

解き方 平方公式を利用する。

Point

平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ を見抜く。

【解 答】(1) $(x+3)^2$ (2) $(3x-2y)^2$

【類題 2】 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-4x+4 (2) $4x^2+20xy+25y^2$

標準例題 2

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-9y^2 (2) $4x^2-25y^2$

解き方 和と差の積の公式を利用する。

Point

平方の差の形をしていたら、次の公式のように因数分解できる。
 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

【解 答】(1) $(x+3y)(x-3y)$ (2) $(2x+5y)(2x-5y)$

【類題 3】 次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^2-9$ (2) $x^2-\frac{1}{9}y^2$

標準例題 3

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+5x+6 (2) $x^2-5x-14$

解き方 $x+a$ と $x+b$ の積の公式を利用する。

Point

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の積の公式を利用する。

【解 答】(1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(x+2)(x-7)$

【類題 4】 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+7x+12$ (2) $x^2-8xy+12y^2$

ココが急所!

共通因数を見つけて分配法則を利用する。

アドバイス

$$6x = 2x \times 3$$

$$8x^2 = 2x \times 4x$$

共通因数

因数分解は展開の逆なので、
 答えを展開して正解を確認
 めることもできる。

$$2x(3+4x)=6x+8x^2$$

ココが急所!

〈平方公式〉

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

アドバイス

(1) 平方公式の a には x 、
 b には 3 があてはまる。

$$a^2+2ab+b^2$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$x^2+(2 \times x \times 3)+3^2$$

(2) 同様に、 a は $3x$ 、 b は $2y$ となる。

ココが急所!

〈和と差の積の公式〉

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

アドバイス

(1) は $9y^2=(3y)^2$ 、(2) は
 $4x^2=(2x)^2$ 、 $25y^2=(5y)^2$
 になっている。

アドバイス

和と積になる関係をマスターしよう。

$$x^2+(a+b)x+ab$$

$$\begin{matrix} \text{和} & \text{積} \\ x^2+(5)x+6 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{①積が6} \\ \rightarrow 2 \times 3 \\ \text{②和が5} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{○ } 2+3 \\ \times 1+6 \end{matrix}$$

第5章 方程式

1 方程式, 1 次方程式の利用

1 等式の性質と方程式

□ **等式** : $a = b$ ならば, 次の性質が成り立っている。

- (1) $a + c = b + c$ 両辺に同じもの(c)を加えても等式は成り立つ。
- (2) $a - c = b - c$ 両辺から同じもの(c)を引いても等式は成り立つ。
- (3) $ac = bc$ 両辺に同じもの(c)をかけても等式は成り立つ。
- (4) $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ 両辺を同じもの($c(c \neq 0)$)で割っても等式は成り立つ。

2 方程式を解く

□ **移項** : 一方の辺にある項を, **符号を変えて他の辺に移すこと**。

例 $x - 9 = 2$ 符号が変わる

$$x = 2 + 9$$

例 $3x = 2x + 3$ 符号が変わる

$$3x - 2x = 3$$

〈考え方〉等式の両辺に9を加えた $x - 9 + 9 = 2 + 9$

〈考え方〉等式の両辺に $-2x$ を加えた $3x - 2x = 2x + 3 - 2x$

□ **方程式の解き方** : 移項と等式の性質を利用して解く。

例 $2x - 3 = 5$ 移項

$$2x = 5 + 3$$

$$\div 2 \quad 2x = 8 \quad \div 2 \quad \text{両辺を2で割る}$$

$$x = 4$$

3 1 次方程式の利用

- (1) 問題から何を x で表すかを定める

例 100本のえんぴつを1人3本ずつ配ったら4本余った。クラスの人数を求めなさい。クラスの人数を x 人とする

- (2) 数量を x を用いて表し, それと等しい数量を見つける

(用意されたえんぴつ)
= (配ったえんぴつ) + (余ったえんぴつ)
= $(3x + 4)$ 本

- (3) 等しい2つの数量を $=$ で結んで方程式を作る

$$3x + 4 = 100$$

- (4) 方程式を解く

$$\begin{aligned} 3x + 4 &= 100 \\ 3x &= 100 - 4 \\ 3x &= 96 \\ x &= 96 \div 3 \\ x &= 32 \quad \text{答え 32人} \end{aligned}$$

基本例題 1

次の方程式を解きなさい。

- (1) $x + 5 = 9$
- (2) $2x - 3 = x + 1$

解き方 方程式の文字の項を左辺に, 数の項を右辺に集める。

Point <1 次方程式を解く手順>

- ① 文字の項を左辺に, 数の項を右辺に集め, $ax = b$ の形にする。
- ② x の係数 a で両辺を割り, $x = \frac{b}{a}$ と解く。

【解 答】 (1) $x = 4$ (2) $x = 4$

【類題1】 次の方程式を解きなさい。

- (1) $x + 1 = 2$
- (2) $3x + 4 = 2x - 2$

ココが急所!

方程式を,
 $x = \bigcirc$ の形に導く。

アドバイス

(1) $x + 5 = 9$ 移項
(符号を変える)

$$x = 9 - 5$$

$$x = 4$$

(2) $2x - 3 = x + 1$

$$2x - x = 1 + 3$$

$$x = 4$$

標準例題 1

次の方程式を解きなさい。

- (1) $3(x + 2) = 2x$
- (2) $2x - 3(2x - 4) = 0$

Point

かっこのある方程式では, まずかっこをはずす。
その後, 文字の項, 数の項にまとめて解く。

【解 答】 (1) $3(x + 2) = 2x$ (2) $2x - 3(2x - 4) = 0$

$$3x + 6 = 2x \quad 2x - 6x + 12 = 0$$

$$3x - 2x = -6 \quad -4x = -12$$

$$x = -6 \quad x = 3$$

【類題2】 次の方程式を解きなさい。

- (1) $7x = 5x - 2$
- (2) $2x + 1 = 3(x - 1)$

標準例題 2

500 円の本と 300 円の本を合計 9 冊買ったなら, 合計金額が 3700 円でした。500 円の本を何冊買いましたか。

Point

未知数, 求めたい数を x とおいて, 方程式を立ててみよう。

【解 答】 5 冊

〈解き方〉500 円の本を x 冊買ったとすると, 300 円の本は $(9 - x)$ 冊買ったことになる。

合計金額が 3700 円なので,

$$\begin{aligned} 500x + 300(9 - x) &= 3700 \\ 500x + 2700 - 300x &= 3700 \\ 200x &= 1000 \\ x &= 5 \quad (\text{冊}) \end{aligned}$$

【類題3】 2 才ずつ離れた 3 人兄弟の年齢の合計は 66 である。3 人の兄弟の年齢をそれぞれ求めよ。

ココが急所!

$ax = b$ の形にできれば,
両辺を x の係数 a で割って
答えを求める。

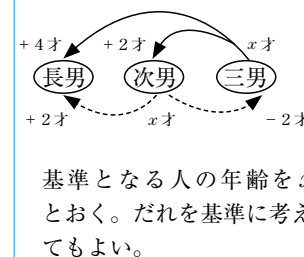
アドバイス

答えがあっているか確かめるには, 解をもとの式に代入して等式が成り立つか調べればよい。
(2)に $x = 3$ を代入する。
 $6 - 3(6 - 4) = 0$
 $6 - 6 = 0$

ココが急所!

求めるものを x とおいて,
方程式を作る。ここでは「何冊」ときかれているのでそれを x とおくとよい。

アドバイス



第6章 連立方程式

1 連立方程式

1 連立方程式

□ **連立方程式**：共通の文字の値からなる2つ以上の方程式の組のこと。

例 $\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+y=10 \end{cases}$ x, y という共通の文字の値からなる方程式の組

□ **連立方程式の解**：組にした方程式のどちらもあてはまる、**共通の解**。

例 連立方程式 $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$ の共通の解は、 $x=2, y=1$ である。
代入すると $\begin{cases} 2+1=3 \\ 2-1=1 \end{cases}$ で、どちらの等式も成り立つ

2 連立方程式を解く

□ **文字の消去**：含まれる文字の一方を消して1次方程式とすることで、解くことができる。

□ **文字の消去のしかた**：代入法と加減法がある。

(1) **代入法**：連立方程式の一方を1つの文字について解き、それを代入する方法。

例 $\begin{cases} x+y=7 \text{---①} \\ 2x-3y=4 \text{---②} \end{cases}$

※ $\begin{aligned} 2x-3(7-x) &= 4 \\ 2x-21+3x &= 4 \\ 5x-21 &= 4 \\ 5x &= 4+21 \\ 5x &= 25 \\ x &= 5 \end{aligned}$

①を y について解くと

$$y=7-x \text{---③}$$

②の y に③を代入すると

$$2x-3(7-x)=4$$

1次方程式になったので解くことができる

$$x=5 \text{---④}^*$$

①の x に④を代入すると

$$5+y=7$$

$$y=2$$

解は $x=5, y=2$

(2) **加減法**：2つの文字の一方の係数をそろえ、式どうしを加減し文字を消去する方法。

例 $\begin{cases} x+y=7 \text{---①} \\ 2x-3y=4 \text{---②} \end{cases}$

①と②の y の係数をそろえるため、①の両辺を3倍し、それに②の式を足すと

$$(\text{①} \times 3) \quad 3x+3y=21 \text{---③}$$

$$(\text{③} + \text{②}) + \quad 2x-3y=4$$

$$5x = 25$$

1次方程式になったので解くことができる

$$x=5 \text{---④}$$

①の x に④を代入すると

$$5+y=7$$

$$y=2$$

解は $x=5, y=2$

基本例題 1

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x+y=8 \text{---①} \\ y=x+4 \text{---②} \end{cases}$$

解き方 代入法を用いて解く。

Point 代入法：一方の式に $x=○○$ (または $y=○○$) を代入して、文字の項が1つの1次方程式を導いて解く。

【解 答】 y を消去して、 $3x+(x+4)=8$ (②を①に代入)

$$x=1 \text{---③}$$

$$y=1+4 \text{ (③を②に代入)}$$

$$y=5$$

【類題1】 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x+2y=3 \\ y-2x=5 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x+5y=9 \\ x=3-y \end{cases}$$

ココが急所!

〈代入法による解き方〉

・一方の方程式を $x=○○$ または $y=○○$ の形に変形する。

・他方の式に代入して文字を1つ消去する。

・1次方程式を解く。

アドバイス

$$3x+(x+4)=8$$

$$4x+4=8$$

$$4x=8-4$$

$$4x=4$$

$$x=1$$

アドバイス

ここで③式を代入するのは、①式でも②式でもかまわない。計算のしやすい方を選んで代入するとよい。

ココが急所!

加減法で一方の文字を消すには、**係数の絶対値をそろえ、符号を逆にする**。

アドバイス

ここでは y の係数をそろえてもかまわない。計算のしやすい方を選ぶ。

$$6x+2y=14 \text{---①} \times 2$$

$$- \quad -x+2y=-7 \text{---②}$$

$$7x=21$$

$$x=3$$

基本例題 2

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x+y=7 \text{---①} \\ -x+2y=-7 \text{---②} \end{cases}$$

解き方 加減法を用いて解く。

Point 加減法：2つの方程式を足したり引いたりして文字の項を1つ減らし、1次方程式を導いて解く。

【解 答】 x の係数の絶対値をそろえて、 $3x+y=7$

$$+ \quad -3x+6y=-21 \text{ (②} \times 3 \text{)}$$

$$7y=-14$$

$$y=-2 \text{---③}$$

$$-x-4=-7 \text{ (③を②に代入)}$$

$$x=3$$

【類題2】 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 6x+2y=6 \\ 3x+4y=-6 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 5x+3y=16 \\ 3x-2y=2 \end{cases}$$

発展 例題 1

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = \frac{17}{6} \\ -\frac{1}{5}x + \frac{3}{4}y = \frac{7}{20} \end{cases}$$

Point x や y の係数が分数のときは、係数を整数にしてから、代入法か加減法を用いて解く。

【解 答】 $x=2, y=1$

アドバイス

分数の係数を整数に直すには、各方程式の分母の最小公倍数をかける。

上式の分母3, 2, 6の最小公倍数は6なので、上式全体を6倍すると

$4x+9y=17$ となり、下式の分母5, 4, 20の最小公倍数は20なので、下式を20倍すると

$$-4x+15y=7 \text{ となる。}$$

第6章 連立方程式

2 連立方程式の利用

1 2つの数量を求める問題

□ **2種類の数量を求める**：連立方程式は**2つの数量**を求めるときに利用する。

例 1本50円の鉛筆と1本80円のペンを合わせて10本買ったとき、代金は680円であった。
50円の鉛筆と80円のペンを、それぞれ何本買ったか。

・この問題では、50円の鉛筆の本数と、80円のペンの本数という、**わかっていない数量が2つ**ある。→2つの方程式を作ることで、2つの解を求められる。

・**2つの方程式**を作る：鉛筆とペンの本数と鉛筆とペンの代金から2つの方程式を作る。

$$\begin{cases} (50 \text{ 円の鉛筆の本数}) + (80 \text{ 円のペンの本数}) = 10 & \leftarrow \text{鉛筆とペンの本数についての方程式} \\ (50 \text{ 円の鉛筆の代金}) + (80 \text{ 円のペンの代金}) = 680 & \leftarrow \text{鉛筆とペンの代金についての方程式} \end{cases}$$

2 式の立て方と解法

□ **文字の設定**：求める2つの数量を x , y とおく。

場合によっては、直接求めるもの以外を x , y とおくこともある

□ **式を立てる**：数量の関係から、 x と y を用いた**方程式を2つ**作る。

□ **方程式を解く**：代入法か加減法を利用。

加減法で引き算をするときは、
下式の符号を変えて足し算として計算する。
$$\begin{array}{r} 80x + 80y = 800 \\ +) -50x - 80y = -680 \\ \hline 30x = 120 \end{array}$$

□ **答えを整える**：単位などをつけ、問いに合う答えとする。

〈上の**例**について考えてみると〉

・50円の鉛筆の本数を x 本、
80円のペンの本数を y 本とおく。

・鉛筆とペンの本数から $x + y = 10$ ——— ①
鉛筆とペンの代金から $50x + 80y = 680$ — ②

・ここでは加減法を利用する。

$$\begin{array}{r} 80x + 80y = 800 \text{ (①式} \times 80\text{)} \\ -) 50x + 80y = 680 \\ \hline 30x = 120 \\ x = 4 \end{array} \text{ ————— ③}$$

③式を①式に代入

$$\begin{aligned} 4 + y &= 10 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

・ x と y の表すものをきちんと書く。

50円の鉛筆の本数 4本
80円のペンの本数 6本

基本例題 1

赤いリボンと白いリボンの長さの和は21cmで、赤いリボンの方が白いリボンより3cm長い。赤いリボンを x cm、白いリボンを y cm として、連立方程式を作りなさい。

解き方 「～の和」は足し算、「～より…」は足し算もしくは引き算の式を作ることができる。

ココが急所！

x , y の数量の関係が問題文中に**2つ**書かれているので、それを見つけて、それぞれを**等式**にする。

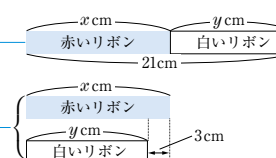
Point 問題文から x と y の数量の関係を2つ見つけ、等式を作る。

【解 答】
$$\begin{cases} x + y = 21 \\ x = y + 3 \end{cases} \text{ または, } \begin{cases} x + y = 21 \\ x - 3 = y \end{cases}$$

【類題1】 パン屋で、1個100円のパンと1個120円のパンを合わせて9個買い、940円支払った。それぞれのパンの個数を求める連立方程式を作りなさい。

アドバイス

2つの数量の関係は、下図のとおり。



ココが急所！

時間、速さ、道のりの関係は、**時間 = 道のり ÷ 速さ** である。

標準例題 1

A地から峠を越えて、15kmはなれたB地に歩いていった。A地から峠までは時速3km、峠からB地までは時速6kmで歩いて、全体で4時間かかったという。

A地から峠までの道のりと峠からB地までの道のりを求めなさい。

解き方 求める2つの道のりを x , y とおく。

Point 問題文に書かれている数量の関係を図に表すとわかりやすい。

【解 答】 A地から峠までの道のりを x km、峠からB地までの道のりを y km とする。

$$\begin{cases} x + y = 15 \text{ ——— ①} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 4 \text{ ——— ②} \end{cases} \quad \begin{array}{r} x + y = 15 \text{ ——— ①} \\ -) 2x + y = 24 \text{ ——— ②} \times 6 \\ \hline -x = -9 \\ x = 9 \text{ ——— ③} \end{array}$$

③を①に代入して、 $y = 6$

A地から峠まで9km、峠からB地まで6km

【類題2】 家から山まで時速10kmで走っていき、帰りは時速2kmで歩いて帰った。帰りは行きより2時間長くかかった。家から山までの距離を求めよ。

発展 例題 1

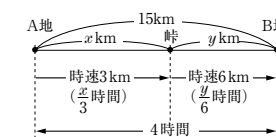
ある会社の昨年の従業員数は、男女合わせて380人であった。今年は男性社員が5%減り、女性社員が5%増えたので全体では1人減った。今年の女性社員の人数を求めなさい。

【解 答】 189人

〈解き方〉 昨年の男性社員を x 人、女性社員を y 人とする。

$$\begin{cases} x + y = 380 \\ \frac{95}{100}x + \frac{105}{100}y = 380 - 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{左式を解くと、} x = 200, y = 180 \text{ となり、これは} \\ \text{昨年の人数なので、} \\ \frac{105}{100} \times 180 = 189 \text{ が今年の人数となる。} \end{array}$$

アドバイス



x kmの道のりを、時速3kmで歩くと、歩いた時間は $\frac{x}{3}$ 時間、同様に、 y kmを時速6kmで歩くと $\frac{y}{6}$ 時間。

①式は道のり、②式は時間の関係を表した方程式。

アドバイス

x の5%は $\frac{5}{100}x$ と表されるので、 x の5%減は

$$x - \frac{5}{100}x = \frac{95}{100}x$$

同様に、 y の5%増は

$$y + \frac{5}{100}y = \frac{105}{100}y$$

小数を用いて $0.95x$, $1.05y$ としてもよい。

第7章 平方根

1 平方根, 根号をふくむ式の計算

1 平方根と根号

□ **平方根** へいほうこん: 2乗すると a になる数を, a の平方根という。

例 3を2乗すると9になる $3^2=9 \rightarrow$ 3は9の平方根である
 -3を2乗すると9になる $(-3)^2=9 \rightarrow$ -3は9の平方根である

9の平方根は正、
負の2つ存在

□ **平方根の表し方** こんごう: 根号 $(\sqrt{\quad})$ を用いて表す。 $\sqrt{a}$ は「ルート a 」と読む。

例 9の平方根のうち, +3は $+\sqrt{9}$, -3は $-\sqrt{9}$ と表す。

$\sqrt{9}=3$ (+符号は省略できる) $-\sqrt{9}=-3$

□ **複号** ふくごう: 2つの平方根 $\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ をまとめて $\pm\sqrt{a}$ と書くことができる。

例 9の平方根は $\pm\sqrt{9}=\pm 3$

[注意] 2乗して負になる数はないため, $\sqrt{\quad}$ の中が負になることはない。

$\sqrt{-3}$ は存在しない

2 根号をふくむ式の計算

□ **平方根の乗除**: 根号内の数どうしを **1つの根号内にまとめて** 計算する。

(1) 乗法: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{ab}$ **例** $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

(2) 除法: $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ **例** $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$

□ **平方根の加減**: 根号内の数が同じ平方根どうしの加減は, 同類項をまとめるのと同様に計算する。

(1) 加法: $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$ **例** $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (2+5)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

$m \times \sqrt{a}$ のこと

(2) 減法: $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$ **例** $7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (7-3)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

□ **根号内の基本計算**: $\sqrt{a^2} = a$ の性質を利用して, 根号内の数をなるべく根号の外に出す。

k を平方因数という $\sqrt{k^2 b} = k\sqrt{b}$ **例** $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{k^2 b} = \sqrt{k^2} \times \sqrt{b} = k \times \sqrt{b} = k\sqrt{b}$

□ **分母の有理化** ゆうりか: 分数の分母には, 根号を用いてはならない。そこで, $\sqrt{a^2} = a$ の性質などを利用して **分母の根号をなくすように操作** することを **有理化** という。

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

分数の分母と分子に同じ数をかけても、
分数全体の値は変わらない

分母の根号を取り除く

基本例題 1

次の数の平方根を求めなさい。

(1) 16 (2) 0.04 (3) $\frac{25}{36}$ (4) 0.7 (5) $\frac{3}{5}$

解き方 2乗して, それぞれの数になる数を探す。根号を用いるものもある。

Point ・正の数の平方根は, 絶対値が等しく符号の異なる2つの数。
 ・正の数 a の平方根は, 根号を用いて $\pm\sqrt{a}$ と表される。

[解 答] (1) ± 4 (2) ± 0.2 (3) $\pm \frac{5}{6}$ (4) $\pm\sqrt{0.7}$ (5) $\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$

[類題 1] 次の数の平方根を求めなさい。

(1) 25 (2) 0.01 (3) 0.3 (4) $\frac{1}{2}$

ココが急所!

a の平方根とは, 2乗すると a になる数のこと。

アドバイス

(1) $\pm\sqrt{16} = \pm\sqrt{4^2} = \pm 4$
 (2) $\pm\sqrt{0.04} = \pm\sqrt{(0.2)^2}$
 (3) $\pm\sqrt{\frac{25}{36}} = \pm\sqrt{\frac{5^2}{6^2}}$
 (5) 有理化すると, $\pm\sqrt{\frac{15}{5}}$

アドバイス

(4)(5)のように2乗にならない数の平方根には, 根号を用いる。

標準例題 1

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ (2) $\sqrt{6} \div \sqrt{2}$ (3) $2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - \sqrt{7}$

解き方 (1)(2)は, 根号を1つにまとめて計算。(3)は文字式の同類項のように計算。

Point ・平方根の乗除は, 根号を1つにまとめて計算できる。
 ・平方根の加減は, 根号内の数が同じものどうしをまとめる。

[解 答] (1) $\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $-2\sqrt{7}$

[類題 2] 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ (2) $\sqrt{8} \div \sqrt{4}$ (3) $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

標準例題 2

次の平方根の平方因数を, 根号の外に出しなさい。

(1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{18}$ (3) $\sqrt{\frac{24}{49}}$ **解き方** 根号の中を因数分解して, $\sqrt{k^2 a}$ とし, $k\sqrt{a}$ と表す。

Point $\sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$: 平方因数 k を見つけて根号の外に出す。

[解 答] (1) $2\sqrt{5}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $\frac{2}{7}\sqrt{6}$ または $\frac{2\sqrt{6}}{7}$

[類題 3] 次の平方根の平方因数を, 根号の外に出しなさい。

(1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{40}$ (3) $\sqrt{\frac{50}{36}}$

標準例題 3

次の計算をしなさい。(1) $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{72}$ (2) $\sqrt{\frac{50}{36}} + \sqrt{\frac{98}{36}}$

[解 答] (1) $8\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$

[類題 4] 次の計算をしなさい。(1) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{3}$ (2) $\sqrt{\frac{32}{9}} - \sqrt{\frac{8}{9}}$

ココが急所!

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$
 $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$

アドバイス

(1)は $\sqrt{3 \times 5}$, (2)は $\sqrt{6 \div 2}$, (3)は $(2-3-1)\sqrt{7}$ とする。

ココが急所!

$\sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$

アドバイス

(1) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 5}$
 (2) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{3^2 \times 2}$
 (3) $\sqrt{\frac{24}{49}} = \sqrt{\frac{2^2}{7^2} \times 6}$

ココが急所!

平方因数を根号の外に出し、
同じ数の平方根どうしで計算を行う。

アドバイス

(1) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$
 (2) $\frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{7\sqrt{2}}{6} = \frac{12\sqrt{2}}{6} = 2\sqrt{2}$

第8章 2次方程式

1 2次方程式

1 2次方程式

□ **2次方程式** : 2次式から成り立つ方程式。一般に, $ax^2+bx+c=0$ の形で表される。

例 $2x^2+3x+3=0$ $x^2+3x=0$ $x^2-9=0$

a, b, c は定数。ただし, $a \neq 0$

□ **2次方程式の解** : 2次方程式を満たす x を見つけることを, 方程式を**解く**といい, そのときの x の値を**解**とよぶ。

2 2次方程式の解き方

□ $ax^2=b$ の形

$ax^2=b$ ← 両辺を a で割る
 $x^2=\frac{b}{a}$ ← $x^2=\square$
 $x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$ ← $x=\pm\sqrt{\square}$

例 $x^2=9$
 $x=\pm\sqrt{9}$
 $x=\pm\sqrt{3^2}$
 $x=\pm 3$

□ $(x+a)^2=b$ の形

$(x+a)^2=b$ ← $\square^2=b$
 $x+a=\pm\sqrt{b}$ ← $\square=\pm\sqrt{b}$
 $x=-a\pm\sqrt{b}$

例 $(x+2)^2=3$
 $x+2=\pm\sqrt{3}$
 $x=-2\pm\sqrt{3}$

□ $x^2+px+q=0$ の一般形

上の $(x+a)^2=b$ の形にすることで解を出す。

例 $x^2+6x+8=0$
 $x^2+6x+9=(x+3)^2$ とするため、
 足りない1を両辺に加える
 $x^2+6x+9=1$
 $(x+3)^2=1$
 $(x+a)^2=b$ の形 $x+3=\pm 1$ ← $x=-3\pm 1$
 $x=-4, -2$ ← $-3+1=-2$
 なので、答えが -2 と -4 になる

□ **因数分解を利用して解く** : $x^2+px+q=0$ の左辺が, $(x-a)(x-b)=0$ のように**因数分解**できるとき, x の解は a, b となる。

例 $x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$

$x=1, 3$

上式を因数分解した式

x に1と3のどちらを代入しても、等号を満たしている

どちらかが0になれば、0のかけ算で左辺は0となり、等式を満たす。よって $x=a$ または $x=b$ が解となる

基本例題 1

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $2x^2=18$ (2) $3x^2-12=0$ (3) $2x^2-6=0$

解き方 $ax^2=b$ の形に直してから、両辺を a で割り、 $x^2=\square$ として $x=\pm\sqrt{\square}$

Point 2次方程式 $ax^2=b$ は, $x^2=\frac{b}{a}$ と変形して, $x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$ と解く。

【解 答】 (1) $2x^2=18$ (2) $3x^2-12=0$ (3) $2x^2-6=0$
 $x^2=9$ $3x^2=12$ $2x^2=6$
 $x=\pm\sqrt{9}$ $x^2=4$ $x^2=3$
 $x=\pm 3$ $x=\pm 2$ $x=\pm\sqrt{3}$

【類題1】 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $4x^2=12$ (2) $2x^2-18=0$ (3) $5x^2-25=0$

標準例題 1

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $(x+2)^2=25$ (2) $3(x-1)^2-10=0$

解き方 $(x+a)^2=b$ の形に直してから, $x=-a\pm\sqrt{b}$ とする。

Point 2次方程式 $(x+a)^2=b$ は, 両辺の平方根を取り, $x+a=\pm\sqrt{b}$ としてから x について解く。

【解 答】 (1) $(x+2)^2=25$ (2) $3(x-1)^2-10=0$
 $x+2=\pm 5$ $3(x-1)^2=10$
 $x=-2\pm 5$ $(x-1)^2=\frac{10}{3}$
 $x=-7, 3$ $x-1=\pm\sqrt{\frac{30}{3}}$
 $x=1\pm\sqrt{\frac{30}{3}}$

【類題2】 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $(x-3)^2=16$ (2) $2(x+4)^2-15=0$

標準例題 2

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2-48x=0$ (2) $x^2-5x+6=0$ (3) $2x^2-2x-24=0$

解き方 (1)は共通の因数3でくくって、他はそのまま因数分解して解く。

Point ・共通因数があれば、くくり出す。
 ・因数分解の公式を使って, $(x+a)(x+b)=0$ の形にして解く。

【解 答】 (1) $3x(x-16)=0$ として, $x=0, 16$

(2) $(x-2)(x-3)=0$ として, $x=2, 3$

(3) $2(x^2-x-12)=0$

$2(x-4)(x+3)=0$ として, $x=-3, 4$

【類題3】 次の2次方程式を解きなさい。

(1) $2x^2-18x=0$ (2) $x^2-7x+12=0$ (3) $3x^2+3x-18=0$

ココが急所!

x の2次方程式の中に, x の1次の項がない場合には, 等式を x^2 について解いたのち, $x^2=\square \rightarrow x=\pm\sqrt{\square}$ として解く。

アドバイス

左辺と右辺に同じ操作をするならば, 等式は成り立つ。

(2) $3x^2-12=0$
 $3x^2-12+12=0+12$
 $3x^2=12$
 $3x^2 \div 3 = 12 \div 3$
 $x^2=4$
 $x=\pm 2$

ココが急所!

$\square^2=b$ の $\square$ には**かっこ全体**を入れてもかまわない。

(1) $(x+2)^2=25$
 かっこ全体を $\square$ とする
 $\square^2=25$
 $\square=\pm\sqrt{25}$
 $\square=\pm\sqrt{5^2}$
 $\square=\pm 5$
 $\square$ をもとのかっこに戻す
 $x+2=\pm 5$

アドバイス

分母は有理化しておく。

$\sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{30}}{3}$

ココが急所!

左辺を0の入ったかけ算とすると, 右辺とつり合う。

(2) $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x=2$ なら0となる

$x=3$ なら0となる

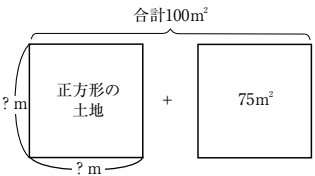
よって, 答えは $x=2, 3$

第8章 2次方程式

2 2次方程式の利用

1 2次方程式を利用した問題

例 1 辺の長さがわからない、正方形の土地がある。
この土地に、 75m^2 の土地を加えたら、合計 100m^2 の土地になった。
最初にあった土地の1 辺の長さは何 m か。



2 式の立て方と解法

□ **文字の設定** : x で置き換える数量を決める。

直接求めるもの以外を x とおくこともある

□ **式を立てる** : 数量の関係から、 x を用いた **2 次方程式** を作る。

□ **方程式を解く** : $ax^2+bx+c=0$ の形にして解く。

□ **解を検討する** : **解が問題に適しているかどうか調べる。**

[注意] 一般に 2 次方程式には 2 つの解があるので、それぞれについて答えとしてふさわしいか調べる。

□ **答えを整える** : 単位などをつけ、問いに合う答えとする。

〈上の**例**について考えてみると〉

- 正方形の土地の1 辺の長さを $x\text{ m}$ とおく。
- (正方形の土地の面積) + (加えた土地の面積) = 100m^2
 $x(\text{m}) \times x(\text{m}) = x^2(\text{m}^2)$ 75m^2
 $x^2 + 75 = 100$
- $x^2 = 100 - 75$
 $x^2 = 25$
 $x = \pm\sqrt{25}$
 $x = \pm 5$
- x は、正方形の土地の1 辺の長さなので、マイナスの数値は適さない。

問題によっては 2 つの解のどちらも適する (答えが 2 つある) 場合もある。

- 1 辺の長さ 5 m

基本例題 1

和が 9 で積が 20 となるような 2 つの数を求めなさい。
解き方 求めたい数のうち、1 つの数を x とする。

Point 求める数が 2 つあるときは、一方の数を x として、もう一方の数は x を用いて表す。

【解 答】 一方の数を x とすると、もう一方の数は $(9-x)$ で表される。
 $x(9-x) = 20$
 $x^2 - 9x + 20 = 0$
 $(x-4)(x-5) = 0$
 $x = 4, 5$ よって、答えは 4 と 5

【類題 1】 和が 3 で積が -10 となるような 2 つの数を求めなさい。

ココが急所!
2 次方程式 $x^2+px+q=0$ が、 $(x-a)(x-b)=0$ となるとき、解は $x=a, b$ となる。

アドバイス
 x は一方の数なので、それを使ってもう一方の数を求めると、
 $x=4$ のときは 5
 $x=5$ のときは 4
となり、4 と 5 の組み合わせのみが答えとなる。

標準例題 1

ある正の数を 2 乗したら、もとの正の数よりも 42 大きくなった。正の数を求めなさい。
解き方 問題文のとおり文字式を作ってみる。「ある正の数」=「もとの数」である。

Point 求めたい数を x とし、方程式で表してみる。

【解 答】 求める数を x とすると、 $x^2 = x + 42$
 $x^2 - x - 42 = 0$
 $(x+6)(x-7) = 0$
 $x = -6, 7$ 解は正の数なので、答えは 7

【類題 2】 ある正の数を 3 倍したら、ある数を 2 乗した数よりも 10 小さくなった。ある正の数を求めなさい。

ココが急所!
方程式を作る前に、その関係を言葉で考えてみる。
 $(\text{ある数})^2 = (\text{ある数}) + 42$
ここで重要なのは、「ある数」と「もとの数」が同じ数を示していることである。

アドバイス
 $(\text{ある数}) \times 3 < (\text{ある数})^2$
||
10 小さい $\longleftrightarrow$ 10 大きい

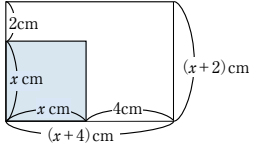
標準例題 2

正方形の 1 辺を 2 cm 長くし、もう 1 辺を 4 cm 長くすると、面積が 3 倍になった。もとの正方形の 1 辺を求めなさい。
解き方 正方形の 1 辺を $x\text{ cm}$ として、そこからできた図を書いて考える。

Point 図形の問題は、簡単な図を書いてみるとよい。

【解 答】 正方形の 1 辺の長さを $x\text{ cm}$ とすると、
長くした辺はそれぞれ $(x+2)\text{ cm}$ と $(x+4)\text{ cm}$ である。
右式より、 $x = -1, 4$ となり、答えは 4 cm

$$\begin{aligned}(x+2)(x+4) &= 3x^2 \\ 2x^2 - 6x - 8 &= 0 \\ 2(x^2 - 3x - 4) &= 0 \\ 2(x+1)(x-4) &= 0\end{aligned}$$



(正方形の面積) : x^2 $\rightarrow$ 3 倍
(長方形の面積) : $(x+2)(x+4)$

アドバイス
横を $x\text{ cm}$ とすると、縦はどのように表せるか、考えよう。

【類題 3】 ある長方形の面積は 96cm^2 であり、縦の長さは横の長さよりも 4 cm 長い。縦の長さを求めなさい。

第9章 比例と反比例

1 比例, 反比例

1 比 例

□ **比例** ひれい : 一方が2倍, 3倍と変化するとき, 他方も同じように2倍, 3倍と変化する2数の関係。

例 1個50円のりんごの個数と代金の関係

りんごの数	1個	2個	3個	……
代 金	50円	100円	150円	……

このとき,
「りんごの代金は数に比例する」
という

□ **比例の式** : 一方の数量を x , 他方を y とすると, $y=ax$ で表される。

例 上の例で, りんごの数を x 個, 代金を y 円とすると, x と y の関係は $y=50x$ となる。

□ **比例定数** : $y=ax$ の関係式において, a を比例定数といい, 数量の変化にかかわらず, 一定の値となる。
 a は負の数になることもある

2 反 比 例

□ **反比例** はんびれい : 一方が2倍, 3倍と変化するとき, 他方は $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍と変化する2数の関係。

例 面積が 12cm^2 の長方形の, 縦の長さとの横の長さの関係

縦の長さ	1cm	2cm	3cm	……
横の長さ	12cm	6cm	4cm	……

このとき,
「縦の長さは横の長さに反比例する」
という

□ **反比例の式** : 一方の数量を x , 他方を y とすると, $y=\frac{a}{x}$ で表される。

例 上の例で, 長方形の縦の長さを $y\text{cm}$, 横の長さを $x\text{cm}$ とすると, x と y の関係は,

$$y=\frac{12}{x} \text{ となる。}$$

□ **比例定数** : $y=\frac{a}{x}$ の関係式において, a を比例定数といい, 数量の変化にかかわらず, 一定の値となる。
 a は負の数になることもある

基本例題 1

次の関係を表す式を求めなさい。また, y が x に比例するかどうかを答え, 比例する場合には比例定数も答えなさい。

- 縦の長さが $x\text{cm}$, 横の長さが 3cm の長方形の面積は, $y\text{cm}^2$ である。
- 1本100円の鉛筆を x 本買って2000円を払ったときの, おつりは y 円である。

解き方 x と y を使って問題文の関係を等式に表し, それを y について解く。

ココが急所!

2つの数量 x , y について, $y=ax$ の関係が成り立つとき, y は x に比例するといひ, そのときの a の値を**比例定数**という。

Point 比例を表す式: $y=ax$ ($a \neq 0$)

【解 答】 (1) $y=3x$, y は x に比例する, 比例定数は3

(2) $y=2000-100x$, y は x に比例しない

【類題1】 時速 $x\text{km}$ の速さで30分歩いたとき, 歩いた距離を $y\text{km}$ とする。 y を x の式で表しなさい。また, y が x に比例するかどうかを答え, 比例する場合には比例定数も答えなさい。

アドバイス

(2) $y=-100x+2000$ とし
てもよい。(2000) が
あるため, $y=ax$ の式
にあてはまらない。

標準例題 1

y は x に比例し, $x=2$ のとき $y=18$ である。

比例定数はいくらか求めなさい。

解き方 「 y が x に比例する」ときの関係式は, $y=ax$ の形で表す。

ココが急所!

比例関係の x , y において,
その組み合わせが1組わ
かれば a の値もわかる。

$y=ax$
この値がわかれば, a に
ついての1次方程式と
なる。

Point 比例関係にある x , y の値の組み合わせがわかっているときは, $y=ax$ の式にそれを代入すると, 比例定数 a が求められる。

【解 答】 $y=ax$ に $x=2$, $y=18$ を代入すると, $a=9$ となる。

【類題2】 y が x に比例し, $x=3$ のとき $y=18$ である。 y を x の式で表しなさい。

アドバイス

$y=ax$
 $18=2a$ $x=2$
 $a=9$ $y=18$ を代入

標準例題 2

次の関係を表す式を求めなさい。また, y が x に反比例するかどうかを答え, 反比例する場合には比例定数も答えなさい。

- 200ml 入りの牛乳を $x\text{ml}$ 飲んだら $y\text{ml}$ 残った。
- 底辺 $x\text{cm}$, 高さ $y\text{cm}$ の三角形の面積が 30cm^2 である。

解き方 x と y を使って問題文の関係を等式に表し, それを y について解く。

ココが急所!

2つの数量 x , y について,
 $y=\frac{a}{x}$ の関係が成り立つと
き, y は x に反比例する
といひ, そのときの a の
値を**比例定数**という。

Point 反比例を表す式: $y=\frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)

【解 答】 (1) $y=200-x$, y は x に反比例しない

(2) $y=\frac{60}{x}$, y は x に反比例する, 比例定数は60

【類題3】 5gの食塩を溶かして食塩水 $x\text{g}$ を作製し, 濃度 $y\%$ になるように調整した。 y を x の式で表しなさい。また, y が x に反比例しているかどうかを答え, 反比例する場合には比例定数も答えなさい。

アドバイス

(1) $y=-x+200$ でも可。
(2) (三角形の面積) =
(底辺) $\times$ (高さ) $\times \frac{1}{2}$
 $30=\frac{1}{2}xy$ を変形する。

第9章 比例と反比例

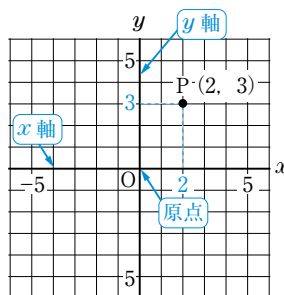
2 比例と反比例の利用

1 座 標

□ **座標軸**：原点 O で垂直に交わる 2 本の数直線。

- (1) **x 軸**：座標軸のうち、横の数直線のこと。
- (2) **y 軸**：座標軸のうち、縦の数直線のこと。
- (3) **原点**： x 軸と y 軸の交点。 O と表す。

x 軸、 y 軸とも O (ゼロ) で交わる。
読み方は原点 O (オー)



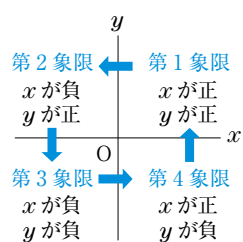
□ **座標**：右図の点 $P(2, 3)$ のように、ある点を x 軸の目盛りと y 軸の目盛りを使って表したものだ。

y 座標： y 軸の目盛りを読んだもの

例 点 P の座標は $(2, 3)$ と表す。

x 座標： x 軸の目盛りを読んだもの

□ **象限**



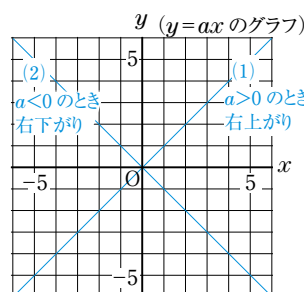
座標軸で作られる平面を、 x 座標、 y 座標の正負の値に対して 4 つの領域に分けたもの。

$y > 0$, $\begin{cases} x > 0 \text{ のとき, 第1象限} \\ x < 0 \text{ のとき, 第2象限} \end{cases}$
 $y < 0$, $\begin{cases} x < 0 \text{ のとき, 第3象限} \\ x > 0 \text{ のとき, 第4象限} \end{cases}$

2 比例・反比例のグラフ

□ **比例のグラフ**： $y = ax$ を満たす (x, y) の座標をとると、それらは**原点を通る一直線**上に並ぶ。それを直線でつないだものを、比例のグラフという。

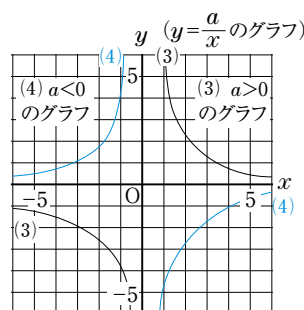
- (1) 右上がりのグラフ：比例定数 $a > 0$ のとき、右図(1)のように**右上がりのグラフ**になる。
- (2) 右下がりのグラフ： $a < 0$ のとき、右図(2)のように**右下がり**。



□ **反比例のグラフ**： $y = \frac{a}{x}$ を満たす (x, y) の座標をとると、右

下図のようなグラフを得られる。グラフは**原点に対して点対称**の2つの**双曲線**で表される。

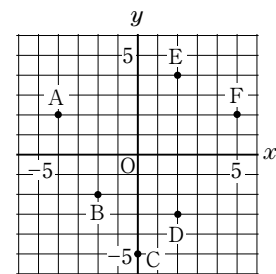
- (3) 右図(3)の双曲線：比例定数 $a > 0$ のとき、**第1象限と第3象限**に双曲線ができる。
- (4) 右図(4)の双曲線： $a < 0$ のとき、**第2象限と第4象限**に双曲線ができる。



基本例題 1

右の図で、点 $A \sim F$ の座標を答えなさい。

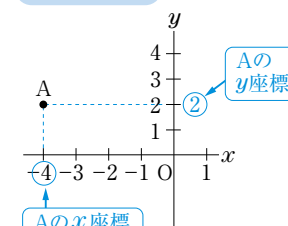
解き方 それぞれの点の位置を (a, b) の形で示す。 a は x 軸、 b は y 軸の目盛りをそれぞれ読む。



ココが急所!

各点から x 軸、 y 軸に**垂直な線**をそれぞれ引いて、交わった目盛りを読む。

アドバイス



A の座標 $(-4, 2)$ は、上図のように読みとる。

Point ある点の x 座標が a 、 y 座標が b であれば、その点の座標は (a, b) と表される。

【解答】 $A(-4, 2)$ $B(-2, -2)$ $C(0, -5)$ $D(2, -3)$
 $E(2, 4)$ $F(5, 2)$

【類題1】方眼紙に座標軸を取り、次の各点を書き入れなさい。
 $G(3, -2)$ $H(1, 2)$ $I(0, -3)$ $J(0, 4)$

標準例題 1

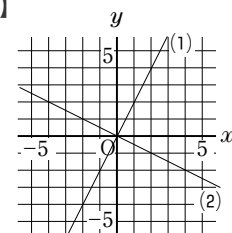
次の式のグラフを書きなさい。解き方 (x, y) の組み合わせを1つ決め、**原点を通る直線**で結ぶ。

- (1) $y = 2x$
- (2) $y = -\frac{1}{2}x$

Point $y = ax$ で表す比例のグラフは、**原点と関数の式を満たす点を通る直線**を引く。

【解答】

右図



ココが急所!

$y = ax$ は、 $x = 0$ のとき $y = 0$ となるので、必ず**原点を通る直線**になる。

アドバイス

- (1) $y = 2x$ で、 $x = 1$ のとき $y = 2$ なので、**原点と $(1, 2)$ を通る直線**のグラフになる。
- (2) $y = -\frac{1}{2}x$ で、 $x = 2$ のとき $y = -1$ なので、**原点と $(2, -1)$ を通る直線**のグラフになる。

標準例題 2

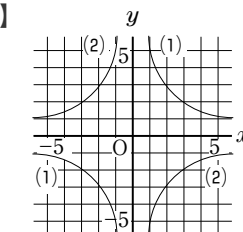
次の式のグラフを書きなさい。解き方 $y = \frac{a}{x}$ の式は反比例の式で、**グラフは双曲線**になるので、いくつかの点をとって結ぶ。

- (1) $y = \frac{6}{x}$
- (2) $y = -\frac{6}{x}$

Point $y = \frac{a}{x}$ で表す反比例のグラフは、**双曲線**になる。

【解答】

右図



ココが急所!

$y = \frac{6}{x}$ のグラフでは、 x が1のとき y は6、 $x = 2$ なら $y = 3$ ……というように点をいくつかとって、**なめらかに結ぶ**。

【類題3】次の式のグラフを書きなさい。

- (1) $y = \frac{8}{x}$
- (2) $y = -\frac{12}{x}$

第10章 1次関数

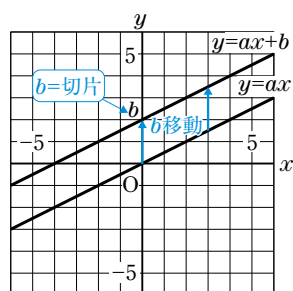
1 1次関数

1 1次関数

□ **関数** : 2つの変数 x , y において, x の値を決めると, それに対応する y の値も決まるとき, y は x の関数であるという。

□ **1次関数** : y が x の1次式, $y = ax + b$ ($a \neq 0$) で表されるとき, y は x の1次関数であるという。

2 1次関数のグラフ



□ **$y = ax + b$ のグラフ** : $y = ax$ の直線を, y 軸の正の方向に b 平行移動した直線となる。

$y = ax + b$ の b の値が0のとき, $y = ax$ の比例のグラフになる

□ **切片** : $y = ax + b$ のグラフの b の値を切片という。
 b は, $x = 0$ のときの y の値と等しい。

y 軸とグラフの交点

□ **傾き** : $y = ax + b$ のグラフの a の値を傾きという。
 a は, x が1増加したときの y の増加量に等しい。

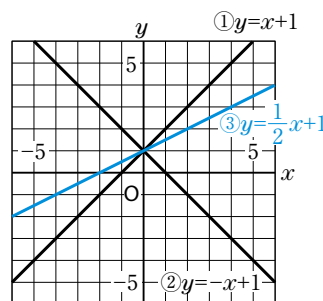
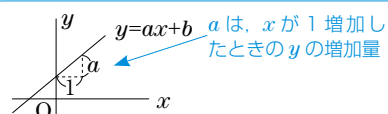
a の値によって, グラフの傾きが決まる。

- ・ $a > 0$ のとき, 右上がりの直線 (右図の①③のグラフ)
- ・ $a < 0$ のとき, 右下がりの直線 (右図の②のグラフ)

・ a の絶対値が大きいくほど, グラフの傾きが急になり, 絶対値が小さいほど, 傾きはゆるやかになる。

・ 傾き = 変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$

右図①の傾き = 1
右図③の傾き = $\frac{1}{2}$
③のほうがグラフの傾きがゆるやか



基本例題 1

次の直線の傾きと切片を求めなさい。

(1) $y = 2x - 1$ (2) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

解き方 $y = ax + b$ の直線では, a が傾き, b が切片となる。

Point $y = ax + b$ の直線の傾きぐあいを示す a を「傾き」といい, y 軸との交点を「切片」という。

【解 答】(1) 傾き 2, 切片 -1 (2) 傾き $-\frac{2}{3}$, 切片 $-\frac{1}{3}$

【類題 1】 次の直線の傾きと切片を求めなさい。

(1) $y = -x + 3$ (2) $y = \frac{2}{5}x + 4$

ココが急所!

$y = ax + b$ において, a は傾き, b は切片。

アドバイス

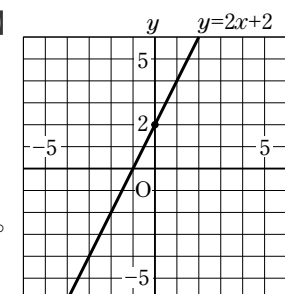
傾きも切片も, マイナスの符号の場合がある。

基本例題 2

1次関数 $y = 2x + 2$ のグラフを書きなさい。

解き方 異なる2点を結ぶことで1つの直線を書くことができる。

Point 切片ともう1点を結ぶことで, グラフを書くことができる。 右図



【類題 2】 次の1次関数のグラフを書きなさい。

(1) $y = -x + 3$ (2) $y = -3x - 1$

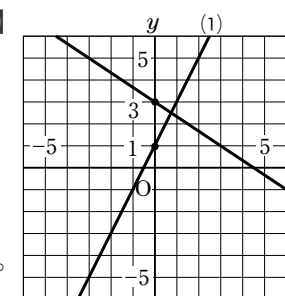
標準例題 1

次の1次関数のグラフを書きなさい。

(1) $y = 2x + 1$ (2) $y = -\frac{2}{3}x + 3$

解き方 傾きがプラスのときグラフは右上がり, マイナスのとき右下がりになる。

Point 傾きは x が1増加したときの y の増加量なので, それを使ってグラフを書くことができる。 右図



【類題 3】 次の1次関数のグラフを書きなさい。

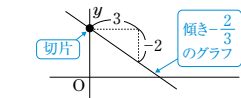
(1) $y = -3x + 1$ (2) $y = \frac{3}{4}x - 1$

ココが急所!

傾きと切片がわかれば, 直線が1本引ける。

アドバイス

- (1) 切片1から, $(0, 1)$ を通り, 傾き2から x が1増加すると y が2増加する直線を書く。
- (2) x が1増加すると y が $-\frac{2}{3}$ 増加するので, x が3増加すれば $y = -2$ 増加するとわかる。



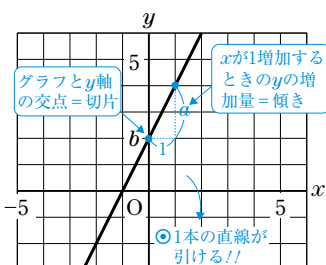
第10章 1次関数

2 1次関数と方程式

1 1次関数の式の求め方

● 次のいずれかの要件を満たすとき、1次関数 $y=ax+b$ のグラフが1つに決まる。

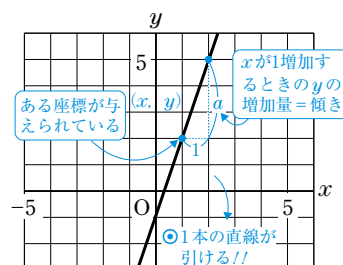
□ 傾き a と切片 b が与えられたとき



切片 b はグラフと y 軸の交点 $(0, b)$ であり、1点が決まったうえ傾き a がわかれば、グラフは1つに決まる。

例 上図の例は、傾き 2、切片 2 である。
 $y=2x+2$

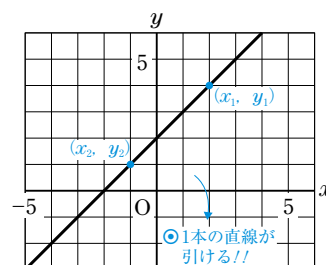
□ 傾き a と 1 つの座標 (x, y) が与えられたとき



ある座標が与えられ、さらにグラフの傾き a がわかれば、グラフは1つに決まる。

例 上図の例は、傾き 3 であり、点 $(1, 2)$ を通る。
 a, x, y それぞれ代入
 $2=3+b$ より $b=-1$
よって $y=3x-1$

□ 2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ が与えられたとき



2 点を与えられたとき、グラフは1つに決まる。

例 上図の例は、 $(2, 4)$
 $(-1, 1)$ を通る。

それぞれ x, y に代入
連立方程式になる
 $\begin{cases} 4=2a+b \\ 1=-a+b \end{cases}$
方程式を解き、 $y=x+2$

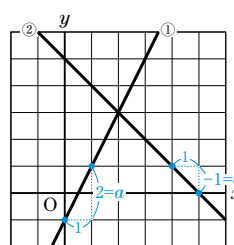
2 グラフから直線の式を求める

□ グラフから切片 b を読みとる : 1 にある左上図のように、グラフと y 軸の交点の y 座標が切片になる。

□ グラフから傾き a を読みとる : a は「変化の割合」ともいう

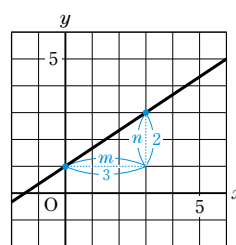
(1) 傾きが整数の場合、 x が 1 増加したときの y の増加量が a 。

例 右の①のグラフの傾きは 2、②のグラフの傾きは -1。



(2) 傾きが分数の場合、右図の $\frac{n}{m}=a$ 。

例 右のグラフの傾きは、 $\frac{2}{3}$ 。



□ 2 点の座標から式を求める : $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の座標をそれぞれ $y=ax+b$ の式に代入すると、 a, b についての連立方程式となるため、それを解けば傾き a と切片 b がわかる。

基本例題 1

次の 1 次関数の式を求めなさい。

- (1) 変化の割合が -1 で、 $x=2$ のとき $y=3$ となる関数。
- (2) 点 $(3, 8)$ を通り、傾きが $\frac{2}{3}$ の直線。
- (3) 2 点 $(-1, -1), (3, -9)$ を通る直線。

解き方「1 次関数の求め方」にあてはめてみる。変化の割合とは a のこと。

Point

- ・直線の式は $y=ax+b$ で表される。
- ・ a は傾きまたは変化の割合のことである。
- ・2 点の座標を $y=ax+b$ に代入すると、 a, b がわかる。

【解答】(1) $a=-1, x=2, y=3$ を代入して、 $3=-2+b$ なので $b=5$ となり、

式は $y=-x+5$ (2) $a=\frac{2}{3}, x=3, y=8$ を代入して $8=2+b$ なので、 $b=6$ となり、

式は $y=\frac{2}{3}x+6$ (3) $(-1, -1), (3, -9)$ を代入すると、 $-1=-a+b$ 、 $-9=3a+b$ となり、連立方程式を解くと $a=-2, b=-3$ なので、 $y=-2x-3$

【類題 1】 次の 1 次関数の式を求めなさい。

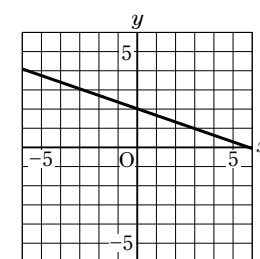
- (1) 変化の割合が 2 で、 $x=1$ のとき $y=-1$ となる関数。
- (2) 点 $(2, -5)$ を通り、傾きが -3 の直線。
- (3) 2 点 $(5, 1), (-5, -5)$ を通る直線。

標準例題 1

右のグラフ上にある直線は、ある 1 次関数をグラフに示したものである。次の(1)、(2)をグラフから読みとりなさい。

- (1) 切片
- (2) 傾き

解き方 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフの y 軸との交点が b 、傾きが a である。



ココが急所!

1 次関数 $y=ax+b$ のグラフは、 a と b の値が決まると 1 つに決まる。

アドバイス

$y=ax+b$ のグラフの未知数 a, b のうち、 a が与えられ、さらに (x, y) の組み合わせが 1 つ与えられていれば、 a, x, y を代入して、 b についての方程式とすればよい。

アドバイス

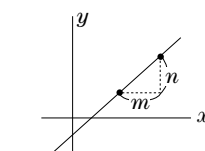
(3) の方程式の解き方。

$$\begin{aligned} 3a+b &= -9 \\ -) -a+b &= -1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 4a &= -8 \\ a &= -2 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

①式に②式を代入して、
 $2+b=-1$
 $b=-3$

ココが急所!

〈傾きの求め方〉 $a=\frac{n}{m}$



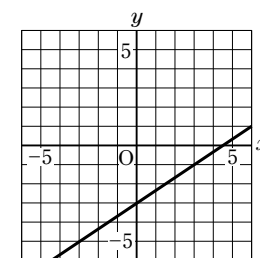
アドバイス

Point

傾きは、 x 座標と y 座標が整数となる点をグラフ上から 2 つ見つけ、その座標を使って求めることができる。

【解答】(1) 2 (2) $-\frac{1}{3}$

【類題 2】 右のグラフの式を求めなさい。



(1) の切片は b 、(2) の傾きは $\frac{n}{m}$ 。 n が -1 であることに注意しよう。

第11章 関数 $y=ax^2$ 1 関数 $y=ax^2$ 1 関数 $y=ax^2$

□ **y が x の2乗に比例** : 2つの変数 x, y が $y = ax^2 (a \neq 0)$ の関係にあるとき, **y は x の2乗に比例** しているという。

x	1	2	3	4	5
y	a	$4a$	$9a$	$16a$	$25a$

x が2倍 $\rightarrow y = 2^2$ 倍
 x が3倍 $\rightarrow y = 3^2$ 倍
 というように, y は x の2乗に比例している。

□ **関数 $y=ax^2$** : x の値が決まると y の値もただ1つ決まる式なので, **y は x の関数** である。

2 関数 $y=ax^2$ のグラフ

□ **原点 O を通る** : $x = 0$ のとき必ず $y = 0$ となる。

□ **y 軸に対し線対称** : x の絶対値が同じで符号が異なるとき, y の値は同じになるので, グラフは **y 軸に対して線対称** となる。

□ **放物線** : $y=ax^2$ のグラフ

は右図のような形となり, このグラフを**放物線**という。

(1) $a > 0$ のとき, **下に凸** の放物線をえがく。

(2) $a < 0$ のとき, **上に凸** の放物線をえがく。

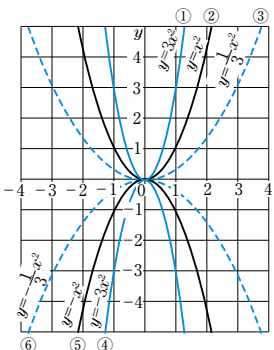
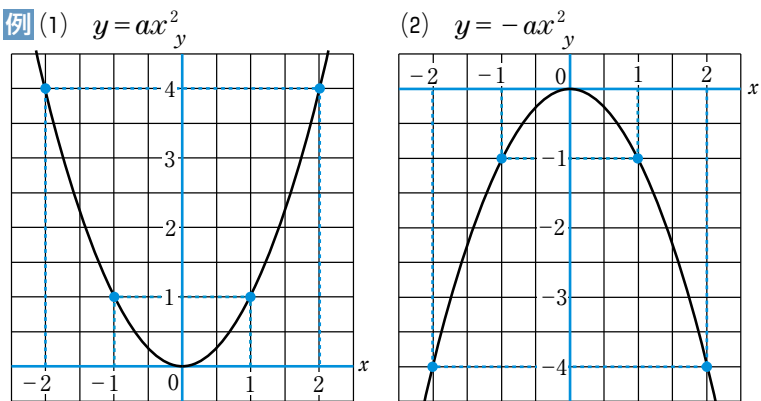
例 右図(1)が下に凸, (2)が上に凸の放物線。

□ **放物線の開き方** : $y=ax^2$ の a の絶対値が大きいほど, **放物線の開き方は小さくなる**。

例 右図①は $y=3x^2$ ④は $y=-3x^2$

②は $y=x^2$ ⑤は $y=-x^2$

③は $y=\frac{1}{3}x^2$ ⑥は $y=-\frac{1}{3}x^2$



基本例題 1

次のグラフの式を求めなさい。

- (1) y は x の2乗に比例し, $x=3$ のとき, $y=-3$ である。
 (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(-1, 4)$ を通る。

解き方 (1) y が x に比例するとき $y = ax$, y が x^2 に比例するとき $y = ax^2$

Point $y = ax^2$ のグラフ上にある点の座標がわかるとき, x, y に座標をあてはめれば, a が導き出せる。

【解 答】 (1) $y = ax^2$ に $x=3, y=-3$ を代入すると, $-3=9a$ より

$$a = -\frac{1}{3} \text{ となるので, } y = -\frac{1}{3}x^2$$

(2) $y = ax^2$ に $x=-1, y=4$ を代入すると, $4=a$ より $y=4x^2$

【類題 1】 次のグラフの式を求めなさい。

- (1) y は x の2乗に比例し, $x=2$ のとき $y=8$ である。
 (2) 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(2, -2)$ を通る。

標準例題 1

次の関数のグラフを, 同じ座標軸を使って書きなさい。

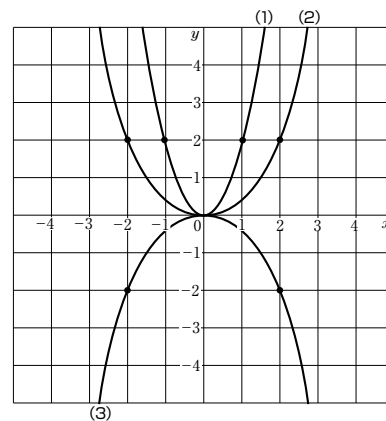
- (1) $y=2x^2$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2$ (3) $y=-\frac{1}{2}x^2$

解き方 放物線を書くには, いくつかの点をとってなめらかに結ぶ。

Point $y=ax^2$ のグラフは,
 ・ y 軸を対称軸とする原点が頂点の放物線になる。
 ・ いくつかの点をとってなめらかな放物線とする。

【解 答】

右図



【類題 2】 次の関数のグラフを, 同じ座標軸を使って書きなさい。

- (1) $y = -x^2$ (2) $y = \frac{2}{3}x^2$ (3) $y = -2x^2$

ココが急所!

関数 $y=ax^2$ のグラフは, a の値が決まれば1つに決まる。

アドバイス

$y=ax^2$ のグラフ上にある1つの点の座標を x, y に代入すれば, a についての1次方程式となるので, a を求めることができる。

ココが急所!

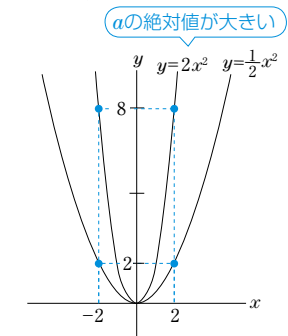
関数 $y=ax^2$ のグラフは **原点を頂点として y 軸について線対称な放物線** となる。また, $a > 0$ のとき **下に凸**, $a < 0$ のとき **上に凸** となる。

アドバイス

$y=ax^2$ のグラフの a の絶対値が大きいほど, 放物線の開きは小さくなる。

- (1) $y=2x^2$
 (2) $y=\frac{1}{2}x^2$ の両方に

$x = \pm 2$ を代入すると, (1)は $y=8$, (2)は $y=2$ となる。これを図にすると下のようになる。

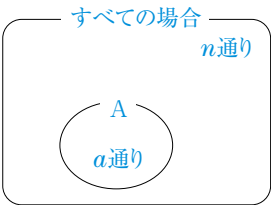


第12章 確率

1 確率

1 確率の意味

□ **確率** かくりつ : 起こりうるすべての場合が n 通りあり、そのうち、あることから A の起こる場合が a 通りであるとき、
A の起こる確率は $\frac{a}{n}$ である
という。



□ **確からしさ** : 確率が計算できるのは、 n 通りの場合について、それぞれの起こる **起こりやすさ** が同じときのみである。これを「**同様に確からしい**」という。

2 確率の性質

□ **あることから A の起こる確率 p の性質** : A の起こる確率の範囲は、 **$0 \leq p \leq 1$**
Aが全く起こらない Aが必ず起こる

例 青玉が2つ入った袋から玉を1つずつ取り出すとき、
 $\left\{ \begin{array}{l} \cdot \text{青玉が出る確率: } 1 \quad \leftarrow \text{必ず起こる} \\ \cdot \text{白玉が出る確率: } 0 \quad \leftarrow \text{全く起こらない} \end{array} \right.$

□ **確率の求め方**
 $\left. \begin{array}{l} \text{① 起こりうるすべての場合} \rightarrow n \text{ 通り} \\ \text{② あることが起こる場合} \rightarrow a \text{ 通り} \end{array} \right\} \text{のとき、そのことが起こる確率は } \frac{a}{n} \text{ である。}$

例 青玉と白玉がそれぞれ1つずつ入った袋から玉を1つ取り出すとき、青玉が出る確率を求めなさい。
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{① 起こりうるすべての場合は、} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \cdot \text{青玉を取り出す場合} \\ \cdot \text{白玉を取り出す場合} \end{array} \right\} \text{の、合わせて2通り} \\ \text{② 青玉を取り出す場合は、1通り。} \end{array} \right.$
↓
よって、確率は $\frac{1}{2}$ となる。

基本例題 1

赤玉3個と白玉2個が入っている袋がある。
この中から1個の玉を取り出すとき、赤玉が出てくる確率を求めなさい。
解き方 赤玉の出る場合の数を、すべての場合の数で割って求める。

ココが急所!
すべての場合の起こりやすさが同じとき、「**同様に確からしい**」といい、確率を求めることができる。

Point 確率(起こりやすさの割合) = $\frac{\text{あることが起こる場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$

【解 答】 すべての場合の数 = 5 (玉が5つあるので)
そのうち、赤い玉の出る回数 = 3 (赤玉が3つあるので)
よって赤玉の出る確率は $\frac{3}{5}$

アドバイス
確率が大きいほど、そのことが起こりやすくなる。
 $\left\{ \begin{array}{l} \cdot \text{確率 } 0 = \text{全く起こらない} \\ \cdot \text{確率 } 1 = \text{必ず起こる} \end{array} \right.$

【類題1】 1つのさいころを1回だけ投げるとき、偶数の目が出てくる確率を求めなさい。

標準例題 1

10円硬貨1枚と100円硬貨1枚を同時に投げるとき、2枚とも表が出る確率を求めなさい。
解き方 まず、10円と100円の2枚の硬貨を同時に投げるとき、どんな組み合わせになるかすべて考える。

ココが急所!
起こりうるすべての場合が n 通り、A が起こる場合が a 通りならば、A が起こる確率は、 $\frac{a}{n}$ となる。

【解 答】 2枚の硬貨を A、B とすると、
すべての場合は4通り (A 表、B 表) (A 表、B 裏)
(A 裏、B 裏) (A 裏、B 表)
そのうち、2枚とも表の場合は1通り
よって、2枚とも表が出る確率は $\frac{1}{4}$

【類題2】 A、B の2つのサイコロを同時に投げたとき、2つとも1が出る確率を求めなさい。

標準例題 2

A、B の2つのサイコロを投げるとき、目の数の和が5である確率を求めなさい。
解き方 A のサイコロの目が1のとき、B のサイコロの目は1~6の6通りなので、すべての場合は6通りが6つあることになる。

ココが急所!
起こりうるすべての場合を表に示す。

【解 答】 すべての場合は36 (6×6) 通り
目の和が5の場合は次の4通り (1, 4) (2, 3) (4, 1) (3, 2)
よって、目の数の和が5である確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【類題3】 A、B の2つのサイコロを投げるとき、目の数の和が5以下となる確率を求めなさい。

和が5の組み合わせ

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	1, 1 (2)	1, 2 (3)	1, 3 (4)	1, 4 (5)	1, 5 (6)	1, 6 (7)
2	2, 1 (3)	2, 2 (4)	2, 3 (5)	2, 4 (6)	2, 5 (7)	2, 6 (8)
3	3, 1 (4)	3, 2 (5)	3, 3 (6)	3, 4 (7)	3, 5 (8)	3, 6 (9)
4	4, 1 (5)	4, 2 (6)	4, 3 (7)	4, 4 (8)	4, 5 (9)	4, 6 (10)
5	5, 1 (6)	5, 2 (7)	5, 3 (8)	5, 4 (9)	5, 5 (10)	5, 6 (11)
6	6, 1 (7)	6, 2 (8)	6, 3 (9)	6, 4 (10)	6, 5 (11)	6, 6 (12)

() 内は各数字の和

第13章 図形の性質

1 平行線と角

1 角

□ **鋭角** えいかく : 90° よりも小さい角のこと。

例 8° , 60°

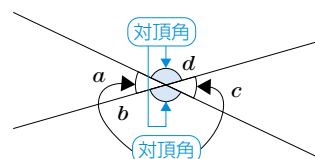
□ **鈍角** どんかく : 90° よりも大きく 180° よりも小さい角のこと。

例 120° , 170°

□ **対頂角** たいちやうかく : 2つの直線が交わってできる4つの角のうち、
たがいに向かいあっている**2つの角**のこと。

□ **対頂角の性質** : 対頂角は等しい。

例 右の図で、 $\angle a = \angle c$, $\angle b = \angle d$

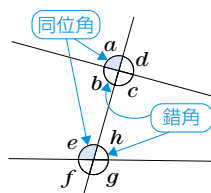


2 平行線と角

□ **同位角** どういかく : 右の図のように、2直線に1直線が交わっているとき、
 $\angle a$ と $\angle e$ のような位置にある**2つの角**のこと。

$\angle b$ と $\angle f$, $\angle c$ と $\angle g$, $\angle d$ と $\angle h$ も **同位角** である。

□ **錯角** さくかく : 右の図の $\angle b$ と $\angle h$ のような位置にある**2つの角**のこと。
 $\angle c$ と $\angle e$ も **錯角** である。



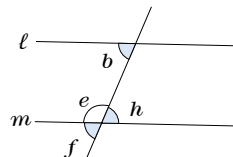
□ **平行線の性質** : 平行な2直線に1直線が交わるとき、

(1) **同位角**は等しい。

(2) **錯角**は等しい。

例 右の図で $\ell \parallel m$ のとき

$$\angle b = \angle f, \angle b = \angle h$$



□ **平行線になるための条件**

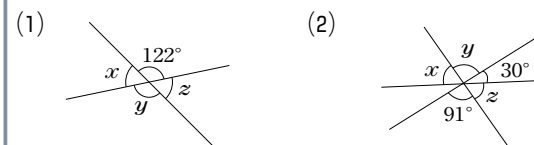
2直線に1直線が交わるとき、

(1) **同位角**が等しければ、この2直線は平行である。

(2) **錯角**が等しければ、この2直線は平行である。

基本例題 1

次の図の $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。



解き方 対頂角の性質や一直線の角を用いて解く。

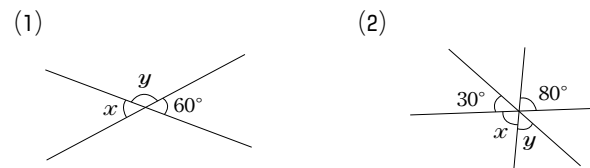
Point

・対頂角は等しい。
・一直線の角は 180° である。

【解答】 (1) $\angle y = 122^\circ$ $\angle x = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$ $\angle z = 58^\circ$

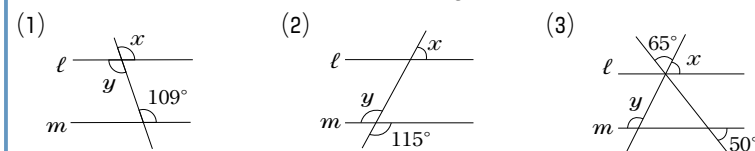
(2) $\angle y = 91^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - \angle y - 30^\circ = 180^\circ - 91^\circ - 30^\circ = 59^\circ$
 $\angle z = 59^\circ$

【類題1】 次の図の $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



標準例題 1

次の図で、 $\ell \parallel m$ のとき、 $\angle x$ と $\angle y$ の大きさを求めなさい。



解き方 平行線が与えられたときの角の計算では、錯角と同位角の位置を間違えないようにする。

Point

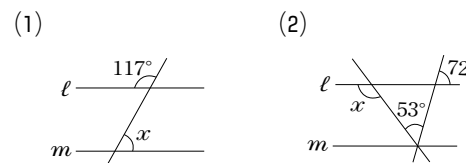
(平行線の性質) 2直線が平行 $\Rightarrow$ 同位角が等しい。
錯角が等しい。

【解答】 (1) $\angle x = 109^\circ$, $\angle y = 109^\circ$

(2) $\angle x = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$, $\angle y = 115^\circ$

(3) $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 50^\circ = 65^\circ$, $\angle y = 180^\circ - \angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

【類題2】 次の図で、 $\ell \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

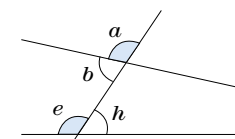


ココが急所!

たがいに向かいあった角が
対頂角。対頂角は等しい。

ココが急所!

下の図の $\angle a$ と $\angle e$ のような
位置にある角を**同位角**, $\angle b$
と $\angle h$ のような位置にある角
を**錯角**という。



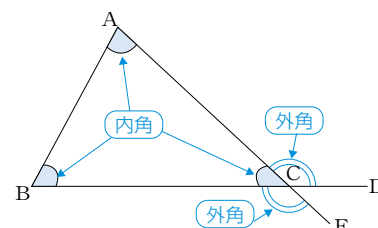
第13章 図形の性質

2 三角形の角, 多角形の角

1 三 角 形

□ **内角** ないかく : $\triangle ABC$ で, 三角形の内部にできる $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ を, 三角形の **内角** という。

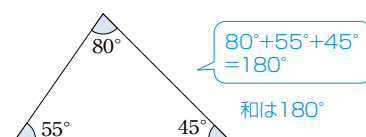
□ **外角** がいかく : $\triangle ABC$ の辺 BC の延長線を BD , 辺 AC の延長線を AE としたとき, $\angle ACD$ と $\angle BCE$ を $\triangle ABC$ の頂点 C における **外角** という。



□ 三角形の性質

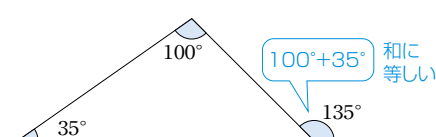
(1) 三角形の3つの内角の和は 180° である。

例



(2) 三角形の外角は, それと隣り合わない2つの内角の和に等しい。

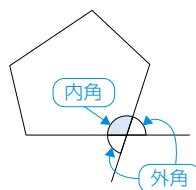
例



2 多角形の角

□ **多角形の内角** : 多角形の隣り合った2辺が作る角のこと。

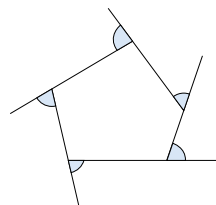
□ **多角形の外角** : 1つの辺とその隣りの辺の延長が作る角のこと。



□ **多角形の内角の和** : n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)^\circ$

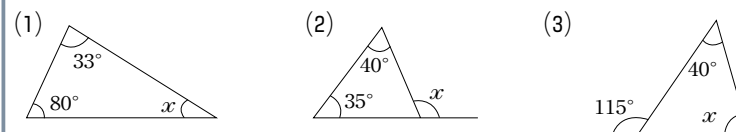
□ **多角形の外角の和** : 多角形の外角の和は 360°

外角の和 というときには, 右の図のように, 1つの頂点における2つの外角のうち, 一方だけをとって作った和を考える。



基本例題 1

次の図の $\angle x$ の大きさを求めなさい。



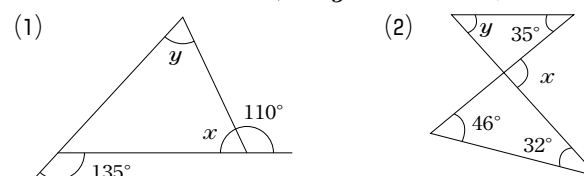
解き方 三角形の内角の和の性質や, 外角の性質を用いて解く。



- 三角形の内角の和は 180°
- 三角形の外角は, それと隣り合わない2つの内角の和に等しい。

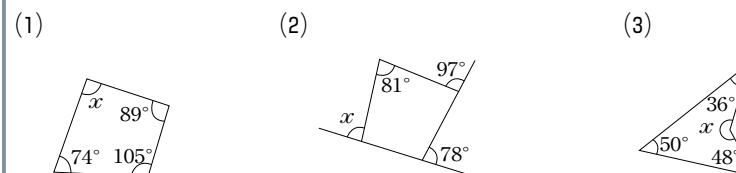
【解 答】 (1) $180 - (33 + 80) = 67^\circ$ (2) $40 + 35 = 75^\circ$ (3) $115 - 40 = 75^\circ$

【類題 1】 次の図の $\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。



基本例題 2

次の図の $\angle x$ の大きさを求めなさい。

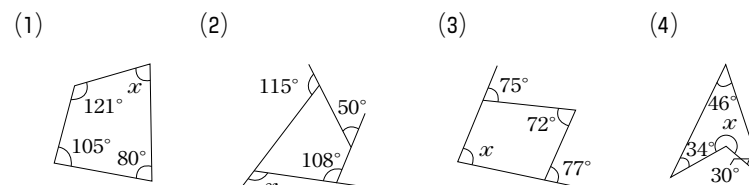


解き方 四角形の内角の和は 360° である。

【解 答】

- (1) $\angle x = 360^\circ - (74^\circ + 105^\circ + 89^\circ) = 360^\circ - 268^\circ = 92^\circ$
 (2) 81° の角の外角は 99° で, 4つの外角の和は 360° だから,
 $\angle x = 360^\circ - (78^\circ + 97^\circ + 99^\circ) = 360^\circ - 274^\circ = 86^\circ$
 (3) $\angle x = 360^\circ - (36^\circ + 50^\circ + 48^\circ) = 360^\circ - 134^\circ = 226^\circ$

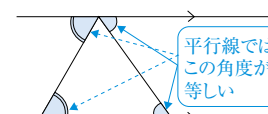
【類題 2】 次の図の $\angle x$ の大きさを求めなさい。



ココが急所!

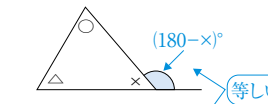
- 三角形の内角の和は 180° となる。
- 三角形の外角は, それと隣り合わない2つの角の和に等しい。

参考 〈三角形の内角〉



3つの角が1直線を作るので, 和は 180° になる。

〈三角形の外角〉



$\bigcirc + \triangle + \times = 180^\circ$
 $\bigcirc + \triangle = (180 - \times)^\circ$
 よって外角も $\bigcirc + \triangle$ になる。

ココが急所!

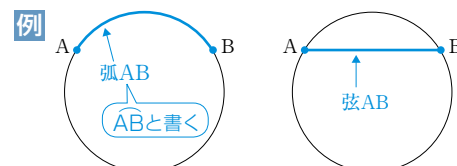
四角形の4つの内角の和は 360° , 4つの外角の和も 360° である。

第13章 図形の性質

3 円

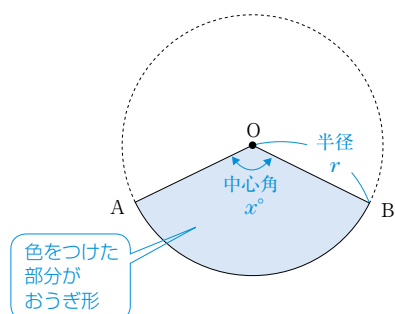
1 円の弧と弦

- **弧**：円周上の2点A, Bを円周に沿って結んだ
円周の一部のこと。
- **弦**：円周上の2点A, Bを直線で結んだ線分の
こと。



2 おうぎ形

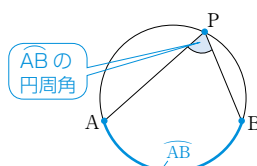
- **おうぎ形**：円の2本の半径と弧で囲まれた形。



- **おうぎ形の弧の長さ**：中心角に比例する。
左図のように中心角 x° 、半径 r とすると、
・弧の長さ $l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$
- **おうぎ形の面積**：中心角に比例する。
・面積 $S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$

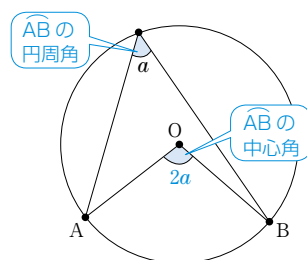
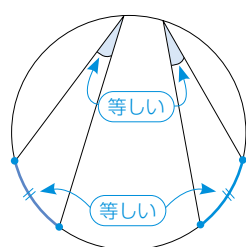
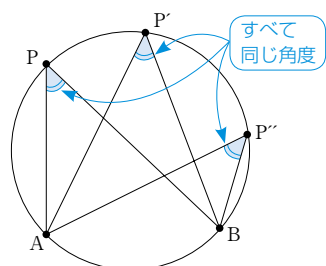
3 円周角

- **弧に対する円周角**：円周上の点A, 点Bと、 $\widehat{AB}$ を除く円周上の点Pによってできる $\angle APB$ を、 $\widehat{AB}$ に対する円周角という。



- **円周角の性質**

- (1) Pの位置にかかわらず、 $\widehat{AB}$ に対する円周角は等しい。
- (2) 等しい長さの弧に対する円周角は等しい。
- (3) $\widehat{AB}$ の円周角は $\widehat{AB}$ の中心角の2分の1。



基本例題 1

半径4cm, 中心角 120° のおうぎ形の弧の長さを求めなさい。

【解法】おうぎ形の弧の長さは、円全体の円周の長さと中心角に比例する。

Point 半径 r , 中心角 x° のおうぎ形の弧の長さ $l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$

【解答】 $8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$ (cm)

【類題1】半径9cm, 中心角 270° のおうぎ形の弧の長さを求めなさい。

基本例題 2

半径4cm, 中心角 210° のおうぎ形の面積を求めなさい。

【解法】おうぎ形の面積は、円全体の面積と中心角に比例する。

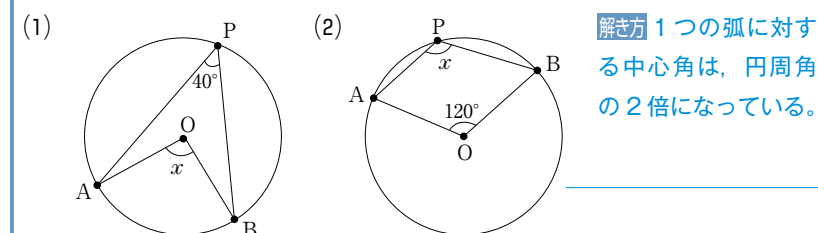
Point 半径 r , 中心角 x° のおうぎ形の面積 $S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$

【解答】 $16\pi \times \frac{210}{360} = 16\pi \times \frac{7}{12} = \frac{28}{3}\pi$ (cm²)

【類題2】半径7cm, 中心角 135° のおうぎ形の面積を求めなさい。

標準例題 1

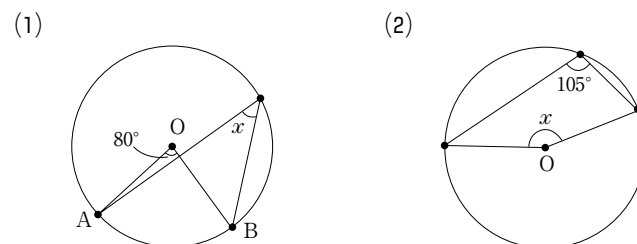
次の図の x の角度を求めなさい。



Point 1つの弧に対する円周角と中心角の大きさの関係は、円周角を a とすると、中心角は $2a$ の大きさである。

【解答】(1) $40^\circ \times 2 = 80^\circ$ (2) 円周角 x に対する中心角は $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$, よって $240 \div 2 = 120^\circ$

【類題3】次の図の x の角度を求めなさい。



ココが急所!

おうぎ形の弧の長さは中心角に比例する。

参考

おうぎ形の弧や面積は、中心角の比から求めることもできる。

$360^\circ : 120^\circ = 8\pi : x$

円周
おうぎ形の中心角
おうぎ形の弧

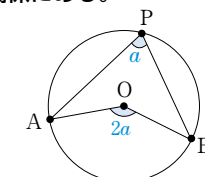
$\frac{120}{360} = \frac{x}{8\pi}$

ココが急所!

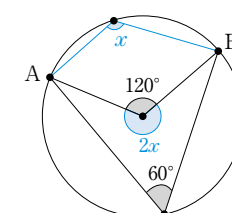
おうぎ形の面積は中心角に比例する。

ココが急所!

円周角と中心角は1:2の関係にある。



アドバイス



$\widehat{AB}$ に対する円周角と中心角には、2つの組がある。上図 x に対する中心角は $2x = (360^\circ - 120^\circ)$ となっている。

第14章 空間図形

1 立体の体積と表面積

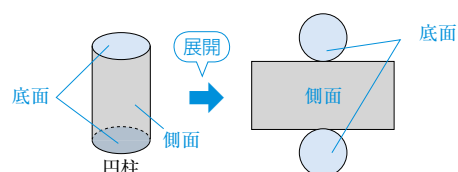
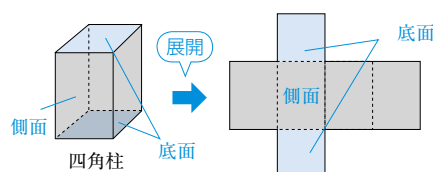
1 立体の表面積

□ **表面積**：立体の表面全体の面積。展開図の面積と等しくなる。

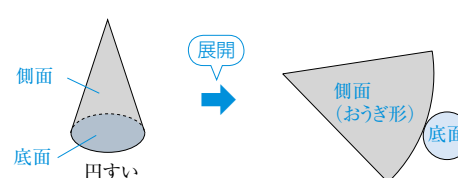
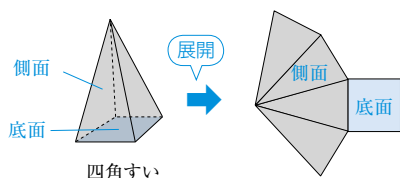
(1) **底面積**：立体の底面の面積のこと。

(2) **側面積**：立体の側面全体の面積のこと。

□ **角柱・円柱の表面積**：底面積×2+側面積で求めることができる。



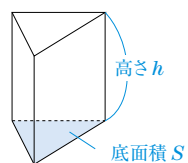
□ **角すい・円すいの表面積**



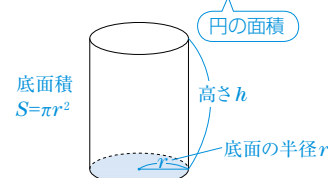
2 立体の体積

□ **角柱・円柱の体積**：底面積(S)×高さ(h)で求めることができる。

(1) 角柱の体積 $V=Sh$

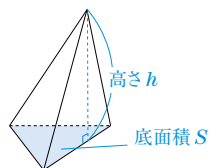


(2) 円柱の体積 $V=\pi r^2 h$

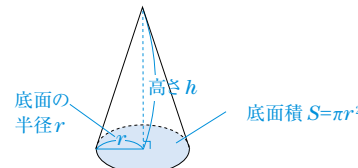


□ **角すい・円すいの体積**：底面積(S)×高さ(h)× $\frac{1}{3}$ で求めることができる。

(1) 角すいの体積 $V=\frac{1}{3}Sh$

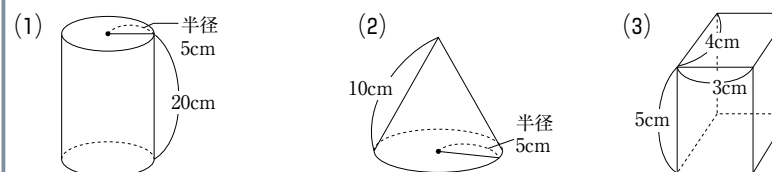


(2) 円すいの体積 $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$



基本例題 1

次の立体の表面積を求めなさい。(3)の図形は直方体)



解き方 表面積の求め方は、底面積+側面積。展開図を書くとうい。

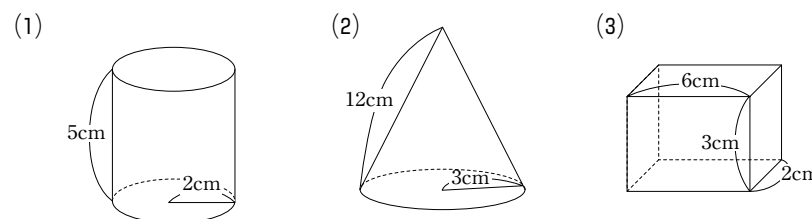
Point 立体の表面積は、展開図の面積に等しいので、それぞれの展開図を書くとうい。

【解 答】(1) $5^2\pi \times 2 + 20 \times 10\pi = 250\pi (\text{cm}^2)$

(2) $5^2\pi + 10 \times 2\pi \times \frac{180}{360} = 75\pi (\text{cm}^2)$

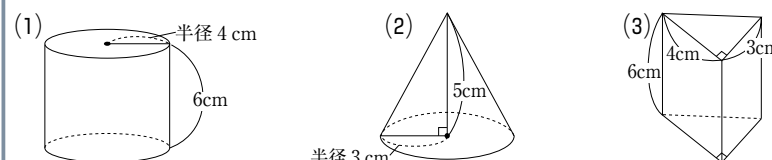
(3) $4 \times 3 \times 2 + 5(3 + 4 + 3 + 4) = 94 (\text{cm}^2)$

【類題1】 次の立体の表面積を求めなさい。



基本例題 2

次の立体の体積を求めなさい。



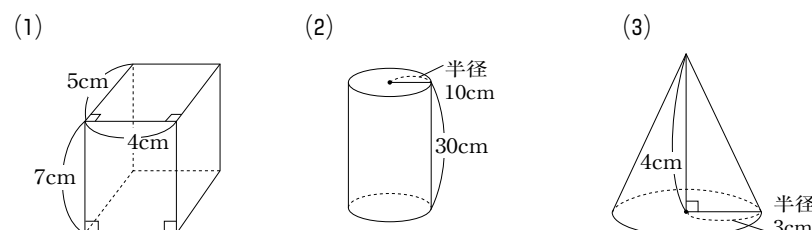
解き方 柱体の体積は底面積×高さ、すい体の体積は底面積×高さ× $\frac{1}{3}$ で求める。

Point 底面積を S 、高さを h とすると、
角柱・円柱の体積 $V=Sh$ 、円すい・角すいの体積 $V=\frac{1}{3}Sh$

【解 答】(1) $4^2\pi \times 6 = 96\pi (\text{cm}^3)$ (2) $3^2\pi \times 5 \times \frac{1}{3} = 15\pi (\text{cm}^3)$

(3) $(3 \times 4 \div 2) \times 6 = 36 (\text{cm}^3)$

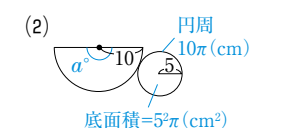
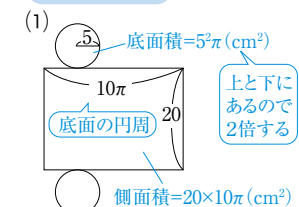
【類題2】 次の立体の体積を求めなさい。



ココが急所!

展開図の面積は立体の表面積である。立体の展開図がどのように書き表せるのか覚えておこう。

アドバイス 面積の単位は cm^2

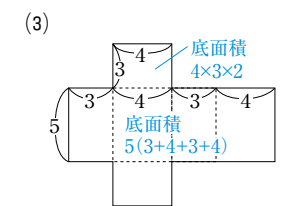


おうぎ形の弧=底面の円周より

$$20\pi \times \frac{a^\circ}{360^\circ} = 10\pi$$

$$a^\circ = 180^\circ$$

よって側面積は $10\pi \times \frac{180}{360}$



ココが急所!

まず、角柱、角すい、円柱、円すいのどれにあてはまるかを確認する。

アドバイス

1辺の長さの単位が cm のとき、

・表面積→ cm^2
・体積→ cm^3

となる。単位をつけ忘れないように気をつけよう!

第15章 合同な図形

1 合同な図形

1 合同な図形

□ **合同な図形**：形も大きさも**等しい**図形のこと。

例 下の四角形 ABCD と四角形 EFGH は合同である。

対応する頂点：A と E, B と F, C と G, D と H

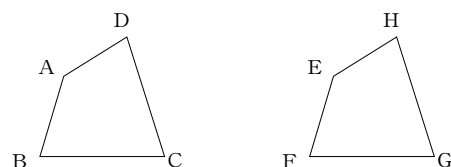
対応する辺：AB と EF, BC と FG, CD と GH, DA と HE

対応する角： $\angle A$ と $\angle E$, $\angle B$ と $\angle F$, $\angle C$ と $\angle G$, $\angle D$ と $\angle H$

□ **合同の記号**：下の図のように、合同な四角形 ABCD と四角形 EFGH があるとき、この2つの四角形が合同であることを、

四角形 ABCD $\equiv$ 四角形 EFGH

と表す。 合同と読む



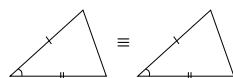
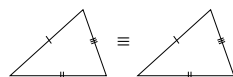
□ **合同な図形の性質**

- (1) 対応する線分(辺)の長さは**等しい**。
- (2) 対応する角の大きさは**等しい**。

2 三角形の合同条件

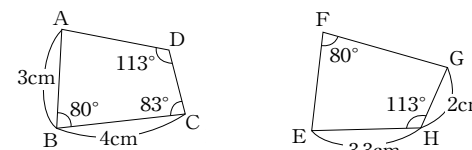
□ **三角形の合同条件**

- (1) 3組の辺がそれぞれ等しいとき。
(**3 辺が等しい**)
- (2) 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいとき。
(**2 辺とその間の角が等しい**)
- (3) 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいとき。
(**1 辺とその両端の角が等しい**)



基本例題 1

下の2つの四角形は合同である。それぞれの辺の長さや角の大きさで、記入していない部分の長さや大きさを求めなさい。



解き方 どの頂点が対応するかを調べればよい。

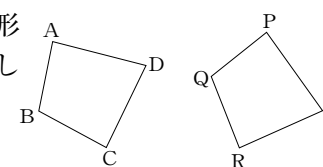
P (合同な図形)

- ・対応する線分(辺)の長さは等しい。
- ・対応する角の大きさは等しい。

【解 答】 $CD = 2\text{cm}$, $AD = 3.3\text{cm}$, $EF = 3\text{cm}$, $FG = 4\text{cm}$

$\angle A = 84^\circ$, $\angle E = 84^\circ$, $\angle G = 83^\circ$

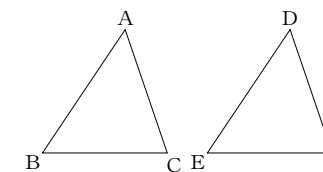
【類題1】 右の四角形 ABCD と四角形 PQRS は合同である。等しい辺や等しい角を式で表しなさい。



基本例題 2

次の各場合に、等しい条件を1組加えると、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ がいえる。どんな条件か答えなさい。

- (1) $BC = EF$, $\angle B = \angle E$
- (2) $AB = DE$, $BC = EF$



解き方 三角形の合同条件にあてはまるように付け加える。

【解 答】 (1) $AB = DE$ または $\angle C = \angle F$

(2) $AC = DF$ または $\angle B = \angle E$

【類題2】 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同である。次の()の中どんな辺があてはまるか答えなさい。

- (1) $AC = DF$, () = (), $\angle A = \angle D$
- (2) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, () = ()
- (3) $\angle C = \angle F$, $AC = DF$, () = ()

ココが急所!

重なった辺や角が対応する辺や対応する角となる。

ココが急所!

三角形の合同条件は

- ① **3組の辺**がそれぞれ等しいとき。
- ② **2組の辺とその間の角**がそれぞれ等しいとき。
- ③ **1組の辺とその両端の角**がそれぞれ等しいとき。

第16章 相似な図形

1 相似な図形

1 相似な図形

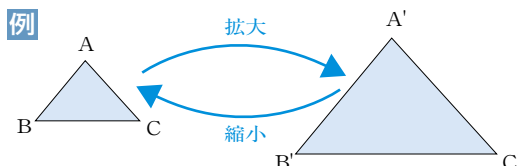
□ **拡大図** : ある図形を一定の割合で拡大した図。

□ **縮小図** : ある図形を一定の割合で縮小した図。

$\triangle ABC$ は $\triangle A'B'C'$ の縮小図

$\triangle A'B'C'$ は $\triangle ABC$ の拡大図

例



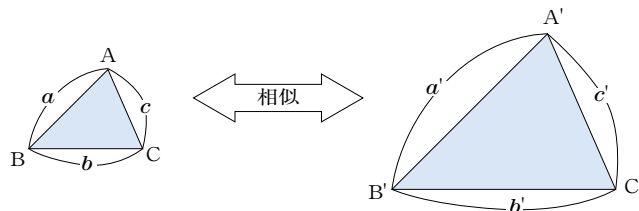
□ **相似** : 図形を一定の割合で拡大・縮小した場合、その図形ともとの図形は**相似である**という。上の例でいうと、 $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ は相似であるといい、 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ と表す。

(相似を表す記号)

2 相似な図形の性質

□ **相似な図形の性質①** : 対応する辺の比が等しい。

例



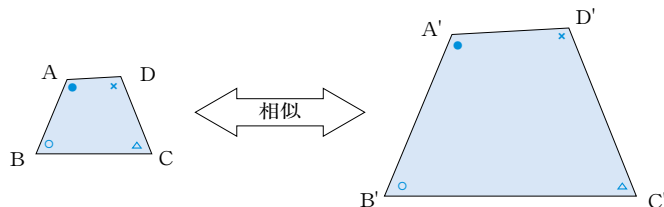
対応する辺の a と a' , b と b' , c と c' の比はすべて等しくなるので、

$$a':a=b':b=c':c$$

($\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}=\frac{c'}{c}$ とも書ける)

□ **相似な図形の性質②** : 対応するそれぞれの角は等しい。

例

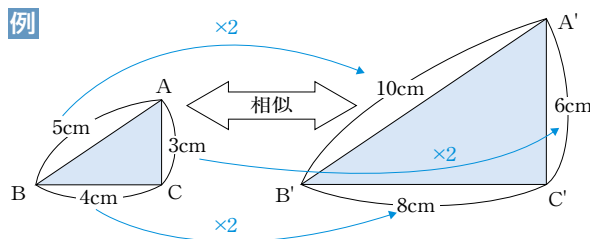


対応する $\angle A$ と $\angle A'$, $\angle B$ と $\angle B'$, $\angle C$ と $\angle C'$, $\angle D$ と $\angle D'$ は、それぞれ角度が等しいので、

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle A' & \angle B &= \angle B' \\ \angle C &= \angle C' & \angle D &= \angle D' \end{aligned}$$

□ **相似比** : 対応する辺の比、またはその比の値のこと。相似な図形では、**相似比はすべて等しい**。

例



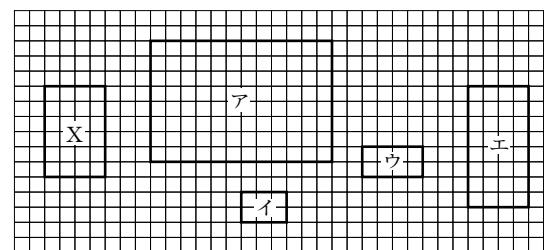
左図で、 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ であるとき、

$$\begin{cases} \text{辺 } AB : \text{辺 } A'B' = 5 : 10 = 1 : 2 \\ \text{辺 } BC : \text{辺 } B'C' = 4 : 8 = 1 : 2 \\ \text{辺 } AC : \text{辺 } A'C' = 3 : 6 = 1 : 2 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{すべて等しい} \end{array} \right\}$$

$\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ の相似比は **1:2**

基本例題 1

次のア～エの図形のうち、Xの図形の拡大図と縮小図になっているものはどれか、答えなさい。



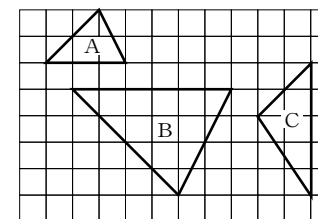
解き方 縦と横の拡大・縮小の比率が同じものを選ぶ。

Point

ある図形を一定の割合で 拡大した図→拡大図
縮小した図→縮小図

【解答】 拡大図：ア 縮小図：イ

【類題1】 右の3つの三角形のうち、拡大・縮小の関係にある三角形の組を見つけないさい。



ココが急所!

拡大図・縮小図は、図形を一定の割合で拡大・縮小した図である。

アドバイス

それぞれの図形の長辺と短辺のマス目を数えると、

Xの長辺=6、短辺=4
アの長辺=12、短辺=8
イの長辺=3、短辺=2
ウの長辺=4、短辺=2
エの長辺=8、短辺=4

となり、どちらの辺もXの2倍となっているアが拡大図、2分の1になっているイが縮小図である。

標準例題 1

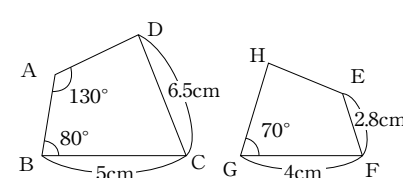
右図で、四角形ABCDと四角形EFGHは相似であるとき、次の問いに答えなさい。

(1) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めなさい。

(2) 辺AB、辺HGの長さをそれぞれ求めなさい。

(3) $\angle D$ の角度を求めなさい。

解き方 相似比は最も簡単な整数の比で表す。対応する辺と角を見つけること。



ココが急所!

相似な2つの図形では、

- 対応する辺の比がすべて等しい。
- 対応する角はそれぞれ等しい。

という関係がある。

参考

左の四角形では、

A B C D
↓ ↓ ↓ ↓
E F G H

なので、記号で表すときは四角形ABCD $\sim$ 四角形EFGHのように対応順をそろえて書くようにする。

アドバイス

辺ABの長さを x とすると、

$$\begin{aligned} 5:4 &= x:2.8 \\ 4x &= 14 \\ x &= 3.5 \end{aligned}$$

Point

相似する2つの図形では、対応する辺の比は等しく、対応する角の角度は等しい。

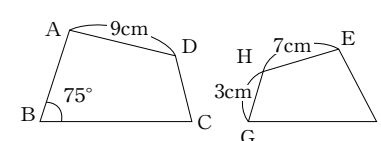
【解答】 (1) 四角形ABCD:四角形EFGH=5:4 (2) (1)の相似比を用いると、 $5:4=\text{辺 } AB:2.8$ なので、 $AB=3.5(\text{cm})$ 。同様に辺HG=5.2(cm)

(3) $\angle C$ は $\angle G$ と同じ角度(70°)なので、 $ABCD$ の内角の和 $360^\circ=130^\circ+80^\circ+70^\circ+\angle D$ より、 $\angle D=80^\circ$

【類題2】 右図で四角形ABCDと四角形EFGHが相似であるとき、次の問いに答えなさい。

(1) 辺CDの長さを求めなさい。

(2) $\angle F$ の角度を求めなさい。

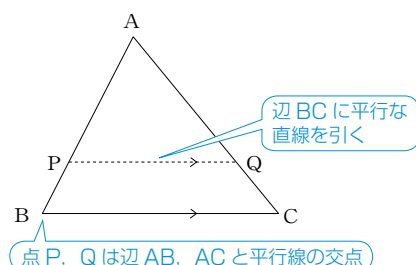


第16章 相似な図形

2 平行線と比

1 三角形と平行線

□ **三角形と平行線** : 三角形のいずれかの辺に平行な線を三角形の内側に引くと、相似な三角形ができる。下図でいうと、 $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ となる。



このため、対応する辺の相似比が等しくなるので、

$$AB : AP = AC : AQ = BC : PQ \text{ が成り立つ。}$$

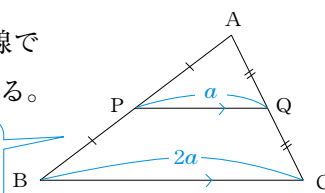
$$\left(\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \text{ と書ける} \right) \quad \text{分子と分母をすべて逆にすることもできる}$$

反対に $\begin{cases} AB : AP = AC : AQ \\ AB : AP = BC : PQ \\ BC : PQ = AC : AQ \end{cases}$ のいずれかが成り立つとき、 $PQ \parallel BC$ がいえる。

□ **中点連結定理** : 三角形の2つの辺 AB, AC の中点 P, Q を直線で結ぶと、PQ は BC に平行で、BC の $\frac{1}{2}$ の長さになる。

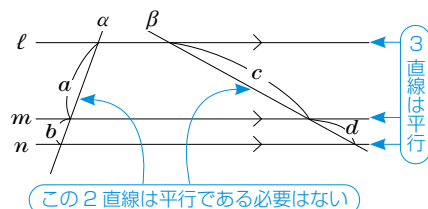
AB : AP = AC : AQ = 2 : 1 が成り立つためである

辺 AB の中点を点 P、辺 AC の中点を点 Q とする



2 平行線と線分の比

□ **平行線と線分の比** : 平行な3直線 ℓ, m, n に対して2直線 α, β が交わるとき、次の関係となる。
 $\ell \parallel m \parallel n$ のとき、



$$a : c = b : d$$

$$\left(\text{または } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ と書ける} \right)$$

例 上図で $a=3\text{cm}$, $b=1\text{cm}$, $c=6\text{cm}$ のとき、 d の長さは、

$$3 : 6 = 1 : d$$

$$3d = 6$$

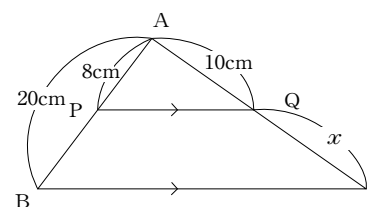
$$d = 2(\text{cm})$$

のように計算できる。

基本例題 1

右の図で、 $PQ \parallel BC$ であるとき、 x の長さを求めなさい。

解法 三角形と平行線の性質を使う。



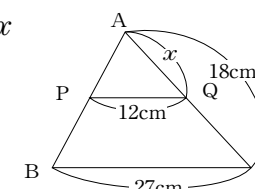
Point $\triangle ABC$ の BC に平行な PQ を引くとき、 $AB : AP = AC : AQ = BC : PQ$ となる。

$$\text{【解 答】 } 20 : 8 = (10 + x) : 10$$

$$8(10 + x) = 20 \times 10$$

$$x = 15(\text{cm})$$

【類題 1】 右の図で、 $PQ \parallel BC$ であるとき、 x の長さを求めなさい。



ココが急所!

三角形の1辺に平行な線をその三角形の内側に引くと、相似な三角形ができる。左図では $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ 。相似な図形の対応する辺の比は、すべて等しくなる。

アドバイス

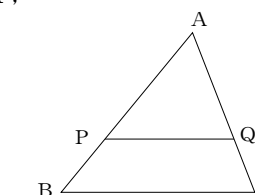
この比が成り立つということは、 $AP : PB = AQ : QC$ も成り立つことになるので、 $8 : (20 - 8) = 10 : x$
 $8x = 120$
 $x = 15$

というように解くこともできる。

標準例題 1

$\triangle ABC$ の2辺 AB, AC 上に、それぞれ点 P, 点 Q があって、 $PQ \parallel BC$ ならば、 $AB : AP = AC : AQ = BC : PQ$ であることを証明しなさい。

解法 三角形の相似を応用して解く。



ココが急所!

相似な三角形を見つけて、その対応する辺の比の関係を利用する。

〈相似な三角形の条件〉

- ① 対応する辺の比が等しい。
- ② 対応するそれぞれの角が等しい。

Point 相似な図形において、対応する辺の比はすべて等しい。

【解 答】 $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ において、

$$\angle BAC = \angle PAQ \text{ (共通)}$$

$$PQ \parallel BC \text{ より、}$$

$$\angle ABC = \angle APQ \text{ (同位角)}$$

よって、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle APQ$$

相似な三角形の相似比は等しいので、

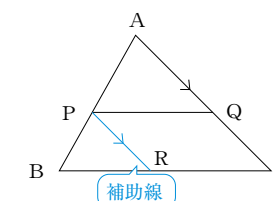
$$AB : AP = AC : AQ = BC : PQ \text{ (証明終わり)}$$

【類題 2】 三角形の2辺 AB, AC 上に、それぞれ点 P, 点 Q があって、 $PQ \parallel BC$ ならば、

$$AP : PB = AQ : QC \text{ であることを証明しなさい。}$$

アドバイス

AP, PB が対応する辺になるように補助線を引いてみるとよい。たとえば下図のように AC に平行に PR を引き $\triangle APQ$ と $\triangle PBR$ が相似であることを証明する。

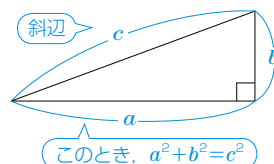


第17章 三平方の定理

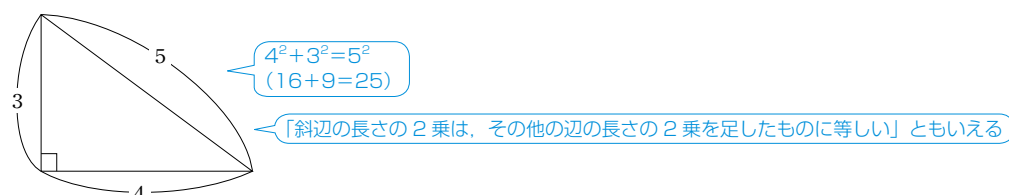
1 三平方の定理とその利用

1 三平方の定理

□ **三平方の定理**：直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c としたとき, 3つの辺の長さの間に $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つこと。
これをピタゴラスの定理ともいう。

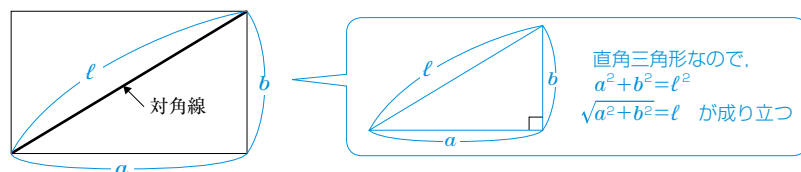


例

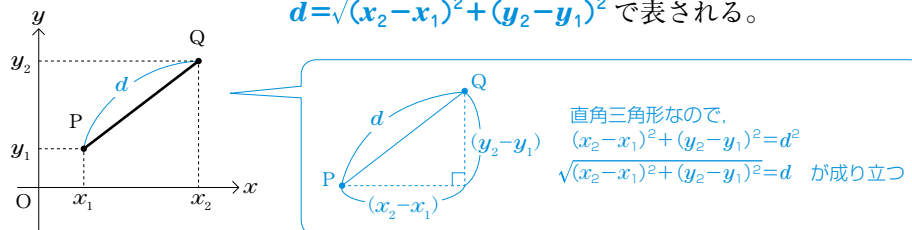


2 三平方の定理の利用

□ **長方形の対角線への応用**：長方形の対角線の長さ $\ell = \sqrt{a^2 + b^2}$ で表される。

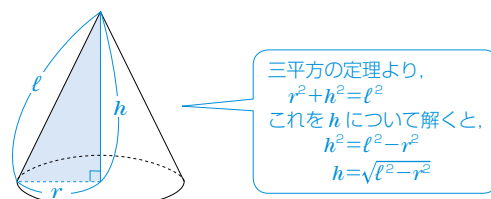
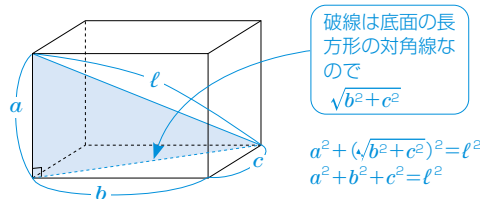


□ **平面上の2点間の距離**：座標平面上の2点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 間の距離を d とすると, $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ で表される。



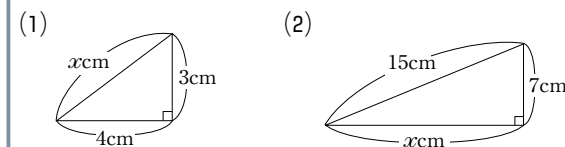
□ **立体図形への応用**

- (1) 直方体の3辺の長さを a , b , c , 対角線を ℓ とすると, $\ell = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (2) 円すいの底面の半径を r , 母線の長さを ℓ とすると, 高さ $h = \sqrt{\ell^2 - r^2}$



基本例題 1

次の図の x の長さを求めなさい。



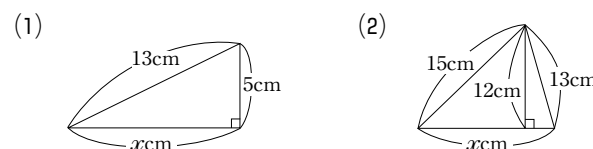
【解法】 直角三角形の辺の長さには, 三平方の定理が使える。

Point 三平方の定理：直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると, $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つ。

【解答】 (1) $4^2 + 3^2 = x^2$ より, $x^2 = 25$ なので, $x = 5$ (cm)

(2) $x^2 + 7^2 = 15^2$ より, $x^2 = 176$ なので, $x = 4\sqrt{11}$ (cm)

【類題1】 次の図の x の長さを求めなさい。



ココが急所!

直角三角形で2辺の長さがわかっている場合には, 残りの1辺の長さを三平方の定理で求めることができる。

アドバイス

x の2次方程式を解くとき, 答えが2つ出ることがある。

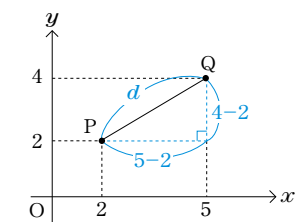
(1) $x^2 = 25$

$x = \pm 5$

どちらの解答が適切か(または両方適切という場合もある)を考えよう。この問いでは, 図形の長さで -5 cm という解は不適切。

ココが急所!

〈座標平面上の2点間の距離〉



標準例題 1

座標平面上に2点 $P(2, 2)$, $Q(5, 4)$ があるとき, 線分 PQ の長さを求めなさい。

【解法】 まず, 簡単な図を書いてみて, 三平方の定理を応用するとよい。

Point 座標平面上に2点を書き, それを結ぶ線分を直角三角形の斜辺と見て, 三平方の定理を利用する。

【解答】 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ より, $d = \sqrt{(5 - 2)^2 + (4 - 2)^2}$

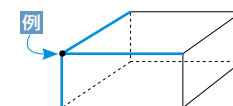
これを解くと $d = \sqrt{13}$ となる。

【類題2】 座標平面上における, 次の2点間の距離を求めなさい。

- (1) $(-2, 3)$ $(3, 6)$ (2) $(0, -2)$ $(2, 7)$

ココが急所!

直方体の1つの頂点に集まる3辺は, 縦, 横, 高さと同じ3辺となる。



例

標準例題 2

1つの頂点に集まる3辺の長さが, それぞれ 6 cm, 7 cm, 8 cm である直方体の, 対角線の長さを求めなさい。

【解法】 直方体の対角線は, 底面の長方形の対角線を通る直角三角形になる。

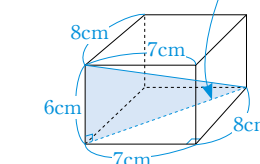
Point 3辺の長さが a , b , c の直方体の対角線の長さは, $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ で表すことができる。

【解答】 $\sqrt{6^2 + 7^2 + 8^2} = \sqrt{149}$ cm

【類題3】 底面の半径が 4 cm, 母線の長さが 11 cm の, 円すいの高さを求めなさい。

アドバイス

$$\sqrt{7^2 + 8^2}$$



コラム

column

●文字を使う

文字式においてどんな文字を使うのか。それは自分たちで最初に定義すれば基本は何を使ってもよし。アルファベットの *abc* からギリシャ文字 $\alpha\beta$ にいたるまで、日本人だけでなくアイウエオでも通じます。しかし、慣習的に使う文字が決められていることもあります。数学では x, y ときたら関数における変数として使用され、 a, b は定数として使用されています。また、現実の数量といえだいたい英語の頭文字が割り当てられています。例えば、時間は t で長さは l 。これらは英語の時間 (Time)、長さ (Length) の頭文字になっています。

●けっして割れない……

$0 \div 2 = 0$ は正しい計算です。しかし、これにつられて $9 \div 0 = 0$ なんて計算をしてはいけません。数字を 0 で割ることはできないからです。なぜでしょう？

割り算では、 $\langle \text{割られる数} \rangle \div \langle \text{割る数} \rangle = \langle \text{商} \rangle \Leftrightarrow \langle \text{割る数} \rangle \times \langle \text{商} \rangle = \langle \text{割られる数} \rangle$ という関係が成り立っています。先の例で考えますと、 $0 \div 2 = 0 \Leftrightarrow 0 \times 2 = 0$ の関係は成立しますが、 $9 \div 0 = 0 \Leftrightarrow 0 \times 0 = 9$ という関係は成立しません。

もしも、「 $9 \div 0$ は？」と聞かれたら、「答えは存在しない」と答えてくださいね。

●等式のナゾ

等式（イコールで結ばれた式）に対して、数学的に正しい計算を行っている限り、そのイコールの関係は継続されます。ですが、たとえば次の等式はどうでしょう？

$$\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.3333333\cdots$$

よって、 $3 \times 0.3333333\cdots = 1$
 $0.9999999\cdots = 1$

この計算には数学的におかしな行為は見当たりませんので、1 と 0.9999999… は完全に等しいという結論が導かれます。みなさんはコレ、納得できますか!?

●コンピューターの計算方法

最近のコンピューターの発展はめざましく、大型計算機で天気の変化を計算したり、何十年も先の皆既日食を計算したりと、人の手にはるかにおよばない計算をやっけてくれます。

しかしこのコンピューター、足し算しかできないと聞いたらどう思いますか？ 実はコンピューターは足し算の中でも $1+1$ しかできないのです。

具体的にどうするかというと、 $8+5$ を行う場合、指をかぞえるように 8 に 1 を 5 回足し続けるのです。

では引き算はどうするのか。足し算で行います。具体的に $8-5$ を行う場合、引く数の 5 に 1 ずつ足していきます。足していく行為を数えると、ちょうど 3 回足し終えた後に「5」が引かれる数の「8」になるはずです。そして「3」を答えとして出力します。

基礎数学

初版発行 2022年4月1日

3版発行 2024年4月1日

発行人 学校法人早稲田学園

発行所 学校法人早稲田学園

〒169-0075

東京都新宿区高田馬場4-9-9

TEL 03-3369-4324

編集／印刷／製本／表紙デザイン

(株) 友人社

問題作成 戸谷健朗・深水洋

●乱丁、落丁本は、送料小社負担にてお取替えいたします。

●許可無しに、転載・複製することを禁じます。

